

3425

অসমীয়া ক্ষেত্র জ্যামিতি

— অর্থাৎ —

আসাম সাহিত্য সভা
ইউক্লিডৰ প্ৰথম খণ্ড।
লাহোৰী।

তাৰিখ: নং ১৭৮

টকা আৰু অতিৰিক্ত প্ৰতিজ্ঞাবে সৈতে
মুন্সী ছাখাৱত আলী কৰ্তৃক প্ৰণীত

— আৰু —

শ্ৰীশিবনাথ ভট্টাচাৰ্য্য দ্বাৰা প্ৰকাশিত।

ডিব্ৰুগড়।

৪১৬৪/না:পু:
২২. ৪. ২২

চতুৰ্দশ তাম্ৰবৰ্ণ।

3425

কলিকতা,

৬নং কলেজ-স্কোৱাৰ, সাম্য-প্ৰেছত,

শ্ৰীদেবেন্দ্ৰনাথ বন্দ্যোপাধ্যায় দ্বাৰা মুদ্ৰিত।

১৯২৯।

মূল্য ৷৮০ দহ অনা মাথোন

১৯৮৮

১৯৮৮

৪২৩৪/অ:

~~২০০৭/অ:~~

PREFACE.

THE want of a book of Geometry in Assamese has long been felt in our schools of Assam. Experience has taught me that the majority of the boys of Gauhati Schools especially in lower classes, feel a good deal of difficulty in understanding their lessons of Geometry, notwithstanding the frequent explanations they receive from their teachers. Consequently their knowledge of this subject is very limited and their progress extremely slow. This result is chiefly due to there being no Geometry in Assamese. The very slight acquaintance with English and Bengali which the boys of the lower classes generally have, makes it most difficult for them thoroughly to understand such a subject written in a foreign language.

It is with the view of meeting this want that I now offer this small treatise to the public. The text is an Assamese translation of Euclid to which copious notes and some extra propositions have been added. I trust it will prove useful.

While no pains have been spared to make it easy and intelligible to those for whom it is intended. I believe the book, as it is, is still imperfect. Any alterations suggested would therefore be most thankfully received and considered. Should this little work serve its purpose, the labour bestowed upon it, would not be considered vain.

In conclusion I beg to acknowledge with gratitude the kind assistance lent me by Baboo Manik Chandra Barooah, Baboo Hem Chandra Barooah, the two respectable members of the I. C. P. I. Gauhati and Baboo Gonavi Ram Barooah, the Secretary to the Text B. Committee, Nowgong, in the preparation of this Book. I beg also to thank the Text Book Committee for fixing this treatise as a class book in village schools of Assam.

GAUHATI, DEC, 8, 1881.

S. ALI.



We have at the request of the author, Munshi Sakhawat Ali, 4th master of the Gauhati Zilla School examined his "Elements of Geometry in Assamese."

Although not quite free from defects, yet, being the first attempt of its kind, it is deserving

of praise and will, we trust, prove useful to those who, owing to their ignorance of the language, are unable to study original geometrical works in English. As attempts of this kind deserve encouragement and support, we beg to recommend the book to the educational authorities in Assam for introduction into our vernacular schools.

GAUHATI,	}	(Sd) MANICK CHANDRA BAROOAH.
		HEM CHANDRA BAROOAH.
4th April, 1881.		Members L. C. P. I.

OPINION OF THE COMMITTEE.

EUCLID BOOK I. IN ASSAMESE.

*

*

*

Demonstrations correct. The price should not exceed 8 annas at the most. The English portion and the glossary may be omitted, if they interfere with the price of the book. The author to be requested to give easy educations or exercises at the end of the book. Such words as প্রতিজ্ঞা, বিন্দু &c may be used instead of প্রসঙ্গ, ফুট &c. These words have been accepted by the educated portion of the people of India.

*

*

*

NOWGONG,	}	(Sd) GONAVIRAM BAROOAH
27th August, 1881,		Secretary
		A. V. Text Book Committee.

PREFACE 2.

—o—

It is to be noticed here that the second edition of Assamese Geometry has undergone a thorough revision ; and necessary corrections

have been made of the errors that had occurred in the first edition.

GAUHATI,	}	S. ALI.
<i>May, 1881.</i>		<i>High School.</i>

The third edition is also carefully revised and due corrections have been made.

GAUHATI,	}	S. ALI.
<i>15th. April, 1897.</i>		<i>Govt. High School.</i>

In this fourth edition of Assamese Geometry necessary corrections are made after thorough revision.

S. ALI.
Late 4th. Master,
Gauhati Collegiate School.

In this edition necessary corrections are made of the errors that occurred in the previous either in print or in original contents, by oversight.

<i>Gauhati, 8th. January, 1913.</i>	S. ALI.
-------------------------------------	---------

This eleventh edition is carefully revised.

<i>25th. March, 1914.</i>	S. ALI.
---------------------------	---------

উপক্রমণিকা ।

— :: —

যি শাস্ত্ৰে সমান খলত অঁকা আকৃতিৰ অৰ্থাৎ দীঘল আৰু পুতল থকা ক্ষেত্ৰৰ মাথোন আকাৰ আৰু পৰিমাণৰ বিচাৰ কৰে, সেই শাস্ত্ৰৰ নাম ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি ।

ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি এঘাৰ খণ্ডে বিভক্ত । প্ৰথম খণ্ডত আঠ-চল্লিশটা প্ৰতিজ্ঞা আছে ; আৰু সেই বিলাক তিনি অংশে বিভাজ্য ।

১ম প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা ছাবিশ প্ৰতিজ্ঞালৈকে প্ৰথম অংশ । প্ৰথম অংশত বেখা, কোণ আৰু ত্ৰিভুজ এই কেই বিধৰ আলোচনা কৰা হৈছে ।

সাতাইশ প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা চৌত্ৰিশ প্ৰতিজ্ঞালৈকে দ্বিতীয় অংশ আৰু তাত সমান্তৰাল সবল বেখা আৰু সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ বিষয় উল্লেখ আছে ।

পঁয়ত্ৰিশ প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা আঠচল্লিশ প্ৰতিজ্ঞালৈকে তৃতীয় অংশ ; তাত, সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আৰু ত্ৰিভুজৰ পৰস্পৰ সম্বন্ধ আৰু তুল্যতা দেখুৱা গৈছে ।

সংজ্ঞা, স্বীকাৰ্য্য, স্বতঃসিদ্ধ এই তিনিওৰ সাহায্যে সৈতে, প্ৰতিজ্ঞাবোৰৰ প্ৰমাণ হয় ।

সংজ্ঞা, শব্দ, ক্ষেত্র সম্পর্কে কেতবোব আবশ্যকীয় বর্ণনা ।

স্বীকার্য্য, বিনা প্রমাণে মানি লোৱা প্রতিজ্ঞা ।

স্বতঃসিদ্ধ, যিবোব সত্যই প্রমাণৰ প্রয়োজন না বাখে,
এনেই সঁচা বুলি প্রতীয়মান হয় ।

সংজ্ঞাবোৰে পৰিমাণ, স্বীকাৰ্য্যো অঙ্কন আৰু স্বতঃসিদ্ধে
উপপত্তি সিদ্ধি কৰে ।

প্ৰতিজ্ঞা ।

—:~:—

প্ৰতিজ্ঞা শব্দে সাধ্য নিৰ্দেশ ; অৰ্থাৎ সাধন কৰিব লগিয়া বিষয়ৰ নিকপণ । প্ৰতিজ্ঞা দুবিধ সম্পাদ্য আৰু উপপাদ্য ।

কোনো ক্ৰিয়া সম্পাদন কৰা অৰ্থাৎ ক্ষেত্ৰসম্পৰ্কে কোনো বেখাদি টনা বা কোনো ক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা যি প্ৰতিজ্ঞাৰ উদ্দেশ্য, তাক সম্পাদ্য বোলে ।

কোনো সত্যপ্ৰমাণ কৰা যি প্ৰতিজ্ঞাৰ উদ্দেশ্য, তাক উপপাদ্য বোলে ।

প্ৰায় প্ৰত্যেক প্ৰতিজ্ঞাই ছয় ভাগে বিভক্ত ।

১। সাধাৰণ সূত্ৰ । যেনে, এটা নিকপিত সীমাবান সবল বেখাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰিব লাগিব (১ম প্ৰ) ।

২। বিশেষ সূত্ৰ । যেনে, কখ এটা নিকপিত সবল বেখা, তাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ সাজিব লাগিব । (১ম প্ৰ)

৩। ক্ৰিয়া সম্পাদন বা অঙ্কন । যেনে, ক বিন্দু কেন্দ্ৰ ধৰি কখ ব্যাসার্দ্ধ লই খগঘ নামে এট বৃত্ত আঁকা ইত্যাদি (১ম প্ৰ)

৪। অবধারণ। যেনে, এতিয়া কথগ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ হ'ব। (১ম প্ৰ)।

৫। উপপত্তি বা প্ৰমাণ। যেনে, ক, খগঘ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে কখ আৰু কগ দুয়ো সমান ইত্যাদি। (১ম প্ৰ)।

৬। সিদ্ধান্ত। যেনে, অতএব এটা নিকপিত সীমাবান্ সবল বেখাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ইত্যাদি। (১ম প্ৰ)।

সম্পাদ্য প্ৰতিজ্ঞাবোৰ স্বাভাৱিকে দুই অংশ বিশিষ্ট। দত্ত অৰ্থাৎ যি দিয়া থাকে ; উদ্দেশ্য অৰ্থাৎ যিটো নিষ্পাদন কৰিব লাগে।

উপপাদ্য প্ৰতিজ্ঞাও দুই অংশ বিশিষ্ট ; পূৰ্ব পক্ষ অৰ্থাৎ পোনে যি কল্পনা কৰি লোৱা হয় ; সিদ্ধান্ত অৰ্থাৎ শেষত যি সত্য বুলি মীমাংসা হয়।

যি যি হেতু দৰ্শায় কোনো সত্য নিকপণ কৰা হয়, তাক উপপত্তি বা প্ৰমাণ বোলে।

উপপত্তি দুবিধ। সবল বা অন্বয়ী, আৰু বক্ত্ৰ বা ব্যতিৰেকী।

যি উপপত্তিৰে, পূৰ্ব পক্ষৰ পৰা ক্ৰমাগত হেতু দৰ্শায় সত্য সিদ্ধান্ত কৰা হয়, তাক সবল বা অন্বয়ী উপপত্তি বোলে।

যি উপপত্তিৰে সিদ্ধান্তৰ বিপৰীত কোনো বিষয় সঁচা বুলি মানি লই আৰু তাক যুক্তিৰে সৈতে অসম্ভৱ প্ৰমাণ কৰি, পূৰ্ব সিদ্ধান্তই যে সত্য শেষত গৈ সাব্যস্ত কৰা হয়, তাক বক্ত্ৰ বা ব্যতিৰেকী উপপত্তি বোলে।

কোন প্রতিজ্ঞা সপ্রমাণ হলে, তাৰ পৰা যি সত্য সহজে অনুভূত হয়, তাৰ নাম অনুমান।

দুটা প্রতিজ্ঞাৰ মাজত, যদি এটাৰ পূৰ্বপক্ষ আনটোৰ সিদ্ধান্ত আৰু সিদ্ধান্তটো পূৰ্বপক্ষ হয়, তেনেহ'লে সেই-বিলাকক বিপৰীত প্রতিজ্ঞা বোলে।

জ্যামিতি সম্পৰ্কে সাংকেতিক চিহ্ন।

∴ কাৰণ বুজায়

∴ এতেকে „

+ যোগ „

△ ত্ৰিভুজ বুজায়

= সমান „

— বিয়োগ „



অসমীয়া ভাষাৰ
ক্ষেত্ৰ জ্যামিতি ।

প্ৰথম খণ্ড ।

সংজ্ঞা ।

—*—

ৰেখা আৰু কোণ ।

১। যাৰ স্থিতি আছে কিন্তু বিস্তাৰ আৰু অংশ নাই,
তাক বিন্দু বোলা যায় ।

২। যাৰ দীঘ আছে পুতল নাই, তাক ৰেখা বোলা যায় ।

৩। ৰেখাৰ মূৰেই বিন্দু ।

৪। যি বেখা দুই মূৰ বিন্দুৰ মাজত পোন হৈ স্থিতি কৰে, তাক সবল বেখা বোলে।

(ক) এটা বা দুই মূৰে দুটা আখৰ দি সবল বেখাৰ নাম থ'ব।

(খ) যি বেখা দুই মূৰ বিন্দুৰ মাজত পোন হৈ নাথাকে, তাক বক্ৰ বা বেকা বেখা বোলে।

৫। যাৰ দীঘ আৰু পুতল মাথোন আছে, তাক ধৰাতল বোলে।

৬। ধৰাতলৰ কাণেই' বেখা।

৭। যি ধৰাতলৰ ওপৰত দুই বিন্দু লগলগাই সবল বেখা টানিলে, সবল বেখাটো সেই ধৰাতলে সৈতে সম্পূৰ্ণৰূপে সংলগ্ন হৈ থাকে, তাক সমধৰাতল বোলে।

৮। সমধৰাতলৰ ওপৰত, দুই পোনৰ দুটা সবল বেখা আহি মিল হ'লে সেই মিলন স্থলক চুক বা কোণ বোলে যদি বেখা দুটা এটা বেখা হৈ নপৰে।

৯। সমধৰাতলৰ ওপৰত, দুই পোনৰ দুটা সবল বেখা আহি মিল হ'লে সেই মিলন স্থলক সবল বৈখিক কোণ বোলে যদি সবল বেখা দুটা, এটা সবল বেখা হৈ নপৰে।

(ক) যি বিন্দুত এটা কোণ থাকে, তাত এটা আখৰ দি সেই কোণৰ নাম থ'ব পাৰা।

(খ) যি বিন্দুত এটাতকৈ অধিক কোণ থাকে, সেই বিন্দুত এটা আৰু যি যি বেখা মিল হৈ সেই কোণবোৰ

কৰিছে, সেই সেই বেখাৰ মূৰত একোটাকৈ আখৰ দিবা আৰু
মাতিবৰ সময়ত যি কোণটো ক'ব খোজা, সেই কোণ যি দুই
বেখা মিলি কৰিছে, সেই দুই বেখাৰ এটাৰ মূৰৰ আখৰটো
পোনে বিন্দুৰ আখৰ তাৰ পাছে, বাকী আখৰটো শেষত
মাতিবা।

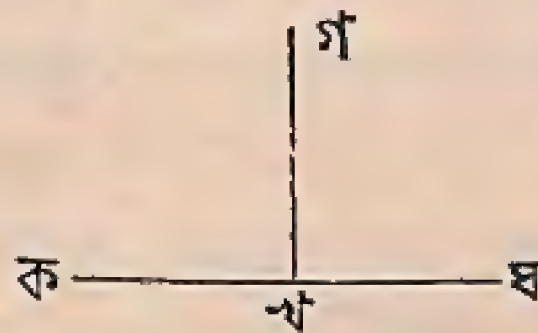
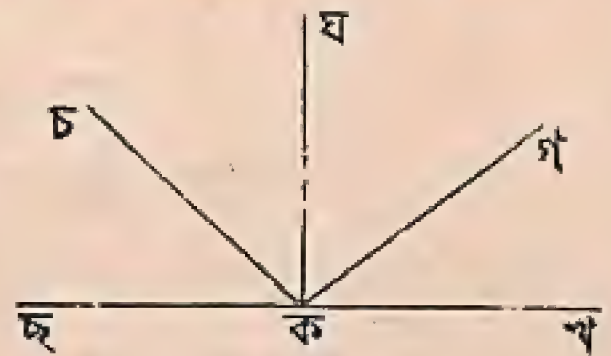
এই চাইটা কোণৰ মাজত সোঁ হাতৰ গোটাই মূৰৰ
কোণটো ক'ব খুজিলে খ ক গ বা গ ক খ তাৰ বাঁও হাতৰটো
ক'ব খোজা যদি গ ক ঘ বা

ঘ ক গ তাৰ বাঁও হাতৰটো

ঘ ক চ বা চ ক ঘ ; নিচেই

বাঁও মূৰৰটো হ'লে চ ক ছ

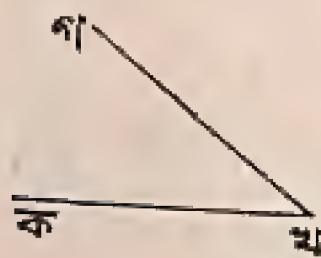
বা ছ ক চ বুলি মাতিব লাগে।



১০। এটা সৰল বেখা আন এটা সৰল বেখাৰ ওপৰত
থিয় হৈ দ্বয়ো ফালে যি দুই কোণ কৰে, যদি দুয়ো সমান হয়,
তেন্তে সেই প্রতি কোণক সমকোণ আৰু থিয় বেখাটোক তাৰ
লম্ব বোলে। যেনে, ক খ গ বা ঘ খ গ সমকোণ ; গ খ তাৰ
লম্ব।



১১। সমকোণতকৈ বহল কোণৰ নাম বৃহৎ কোণ।



১২। সমকোণতকৈ ঠেক কোণৰ নাম সূক্ষ্ম কোণ।

(ক) দুটা কোণ মিল হৈ এটা সমকোণৰ তুল্য হ'লে সিহঁতক পৰস্পৰৰ কমপ্লিমেন্টৰি বা সমকোণ-পূৰক কোণ বোলা যায়।

(খ) দুটা কোণ মিল হৈ দুটা সমকোণৰ তুল্য হ'লে, সিহঁতক দ্বিসমকোণ-পূৰক কোণ বোলা যায়।

১৩। বস্তুৰ অন্তৰ্গত সীমা বোলে।

১৪। এটা বা অধিক সীমাই আগুৰা খলক ক্ষেত্ৰ বোলে।
যেনে, বৃত্ত, বৃত্তাৰ্দ্ধ, ত্ৰিভুজ, চতুৰ্ভুজ ইত্যাদি।

১৫। সমধৰাতলৰ যি ক্ষেত্ৰ এটা বেঁকা ৰেখাৰে আগুৰা থাকে আৰু যাব ভিতৰত এনে এটা বিন্দু থাকে যে, তাৰ পৰা

আগুৰা বেখালৈ যিমান সবল বেখা টানা যায় সকলবোৰ
সমান হয়, সেই ক্ষেত্ৰক বৃত্ত বোলে। যেনে খ গ ঘ।



(ক) বৃত্তৰ সীমা বেখাৰ নাম পৰিধি।

১৬। বৃত্তৰ যি অন্তৰস্থ বিন্দুৰ পৰা পৰিধিলৈ ছুটা বা
অধিক সবল বেখা টানিলে সকলবোৰ পৰস্পৰ সমান হয়,
তাৰ নাম কেন্দ্ৰ।

(ক) বৃত্তৰ কেন্দ্ৰৰ পৰা ব্যাসার্ধ টানি পৰিধিক সমানে
৩৬০ অংশ কৰিলে, কেন্দ্ৰৰ চাৰিও ফালে যিবোৰ কোণ উৎপন্ন
হয়, সেই প্ৰতি কোণৰ পৰিমাণ এক এক ডিগ্ৰী। এনে ৯০
ডিগ্ৰীয়ে এক সমকোণ।

১৭। যি সবল বেখা কেন্দ্ৰ ভেদ কৰি দুয়ো ফালে
পৰিধিক স্পৰ্শ কৰেগৈ, তাক ব্যাস বোলে। যেনে খ ঘ।

(ক) কেন্দ্ৰৰ পৰা পৰিধিলৈ টনা বেখাৰ নাম ব্যাসার্ধ।
যেনে ক গ।

১৮। যি ক্ষেত্ৰক ব্যাসে আৰু ব্যাসে কটা পৰিধিৰ এক
খণ্ডে আগুৰি থাকে, তাক বৃত্তাৰ্ধ বোলা যায়। যেনে খ গ ঘ।

১৯। যি ক্ষেত্ৰক এটা সবল বেখাই আৰু সেই সবল বেখাই কটা পৰিধিৰ এক খণ্ডে আগুৰি থাকে, তাক বৃত্তাংশ বোলা যায়। যেনে ঘ ছ চ।

(ক) পৰিধিত তিনিটা আখৰাদি বৃত্তৰ নাম থ বা বৃত্তাৰ্দ্ধ আৰু বৃত্তাংশৰ নাম বাখিলে, বেখাটোৰ দুমূৰে দুটা পৰিধিত এটা আখৰ দিবা আৰু মাতিবৰ বেলিকা পোনে য'ৰ পৰা ইচ্ছা ত'ৰ পৰা মাতিবা।

২০। সবল বেখাই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ নাম সবল বৈখিক ক্ষেত্ৰ। যেনে, ত্ৰিভুজ, চতুৰ্ভুজ, বহুভুজ।

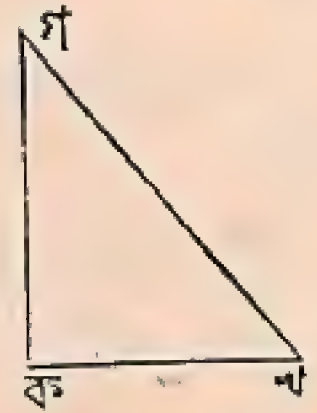
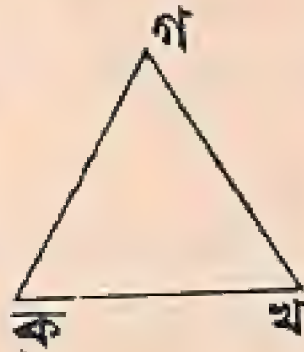
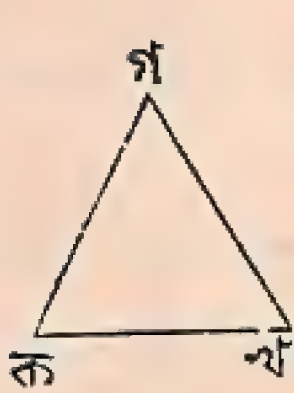
২১। তিনিটা সবল বেখাই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ নাম ত্ৰিভুজ।

২২। চাইটা সবল বেখাই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ নাম চতুৰ্ভুজ।

২৩। চাইটাতকৈ বেশি সবল বেখাই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ নাম বহুভুজ। যেনে, পঞ্চভুজ, ষড়্ভুজ, সপ্তভুজ ইত্যাদি।

(ক) ত্ৰিভুজ, চতুৰ্ভুজ আৰু বহুভুজৰ নাম থ'লে কোণে পতি আখৰ দি পোনে য'ৰ পৰা মন যায় ত'ৰ পৰা মাতিবা; সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ সম্মুখৰ দুই চুকে আখৰ দি আৰু ত্ৰিভুজত এটা আখৰ দি মাতিলেও হয়।

ত্রিভুজ ।

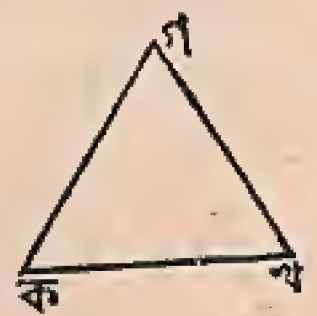
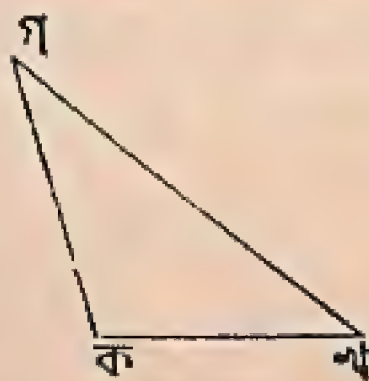
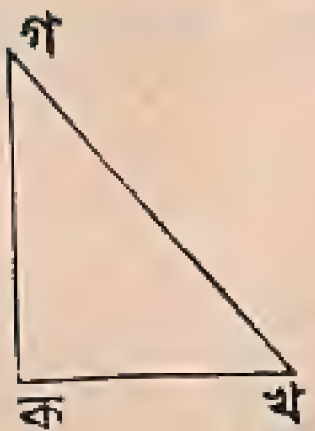


২৪। ত্রিভুজৰ তিনিও ভুজ সমান হ'লে সমবাহু ত্রিভুজ বোলে।

২৫। ত্রিভুজৰ দুই ভুজ সমান হ'লে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ বোলে।

২৬। ত্রিভুজৰ তিনিও ভুজ অসমান হ'লে বিষমবাহু ত্রিভুজ বোলে।

(ক) এই তিনিটা ত্রিভুজৰ ভুজ অনুসারে নাম।



২৭। এই সমকোণ থকা ত্রিভুজৰ নাম সমকোণি ত্রিভুজ।

(ক) সমকোণি ত্রিভুজৰ সমকোণৰ সম্মুখৰ ভুজৰ নাম কর্ণ।

২৮। এটা বৃহৎ কোণ থকা ত্ৰিভুজৰ নাম বৃহৎকোণি ত্ৰিভুজ।

২৯। তিনটা সূক্ষ্ম কোণ থকা ত্ৰিভুজৰ নাম সূক্ষ্মকোণি ত্ৰিভুজ।

(ক) এই তিনটা ত্ৰিভুজৰ কোণ অনুসাৰে নাম।

(খ) ওপৰত কোৱা হয় বিধ বাজে আৰু ত্ৰিভুজ নাই।

চতুৰ্ভুজ।



৩০। যি চতুৰ্ভুজৰ চাৰিও ভূজ সমান, আৰু চাৰিও কোণ সমকোণ তাক বৰ্গক্ষেত্ৰ বোলে।

৩১। যি চতুৰ্ভুজৰ কোণ কেইটা সমকোণ, কিন্তু সকল ভূজ সমান নহয়, তাক আয়ত ক্ষেত্ৰ বোলে।



৩২। যি চতুৰ্ভুজৰ ভূজবোৰ সমান, কিন্তু কোণ কেইটা সমকোণ নহয়, তাক বহুস বোলে।

৩৩। যি চতুৰ্ভুজৰ সম্মুখৰ ভূজবোৰ সমান, কিন্তু কোণবোৰ সমকোণ নহয়, তাক বম্বৈড বোলে।

৩৪। ইয়াৰ বাজে আন চতুৰ্ভুজ ক্ষেত্ৰক বিষম চতুৰ্ভুজ বোলে।

(ক) যি সবল বেখাই চতুৰ্ভুজৰ সম্মুখৰ কোণ সংলগ্ন কৰে, তাক শ্ৰুতি বোলা যায়।

৩৫। যি সবল বেখাবোৰ একে সমধৰাতলৰ ওপৰত থাকি, দুয়ো পোনে যিমান কি দূৰৈলৈ বঢ়োৱা যায়, কেতিয়াও নিমিলে, সেইবোৰক সমান্তৰাল সবল বেখা বোলে।

(ক) যি চতুৰ্ভুজৰ সম্মুখৰ ভূজ সমান্তৰাল, তাক সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ বোলে।

(খ) বৰ্গক্ষেত্ৰ, আয়ত, বম্বস আৰু বম্বৈড ক্ষেত্ৰবোৰ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ। তাত বাজে আৰু সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ নাই।

স্বীকাৰ্য্য।

মানি লোৱা যাওক।

১। এটা বিন্দুৰ পৰা আন এটা বিন্দুলৈ সবল বেখা টানিব পাৰি।

২। সীমাবান কোনো সবল বেখা যিমান দূৰৈ ইচ্ছা-তিমান দূৰৈলৈ পোনে পোনে বঢ়াব পাৰি।

৩। কোনো এটা বিন্দু কেন্দ্র ধরি যিমান দূৰৈ ইচ্ছা
সিমান দূৰৈলৈ ব্যাসার্দ্ধ লই বৃত্ত অঙ্কিত কৰিব পাৰি।

স্বতঃসিদ্ধ।

১। যি যি বস্তু প্রত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ সমান,
সেই সেই বস্তুৰ পৰস্পৰ সমান।

২। সমান বস্তুৰে সৈতে সমান বস্তু যোগ দিলে
গোটাইটো সমান হয়।

৩। সমান বস্তুৰপৰা সমান বস্তু বাদ দিলে বাকী সমান
থাকে।

৪। সমান বস্তুৰে সৈতে অসমান বস্তু যোগ দিলে
গোটাইটো অসমান হয়।

৫। অসমান বস্তুৰপৰা সমান বস্তু বাদ দিলে বাকী
অসমান থাকে।

৬। যি যি বস্তু প্রত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ দুগুণ, সেই
সেই বস্তু পৰস্পৰ সমান।

৭। যি যি বস্তু প্রত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ অৰ্দ্ধ, সেই
সেই বস্তু পৰস্পৰ সমান।

৮। যি যি বস্তু বহলে মিলে অৰ্থাৎ দুয়ো এখান ঠাই
সম্পূৰ্ণ কৈ জুৰি থাকে, সেই সেই বস্তু সমান।

৯। গোটাইটো বস্তু অংশতকৈ ডাঙ্গৰ।

১০। দুই সৰল বেখাই এখন ঠাই আগুৰিব নোৱাৰে।

১১। সকল সমকোণ পৰস্পৰ সমান।

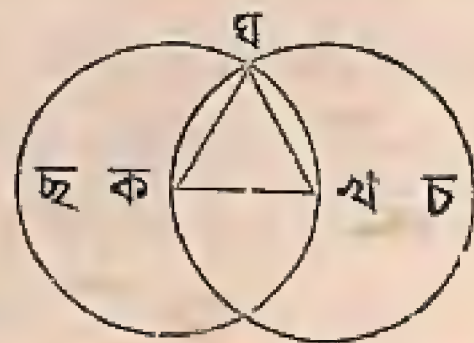
১২। এটা সৰল বেখা, আন দুই সৰল বেখাৰ ওপৰত পৰি যদি একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটাক দুই সমকোণতকৈ সৰু কৰে, তেনেহ'লে সেই দুই সৰল বেখা বঢ়ালে, যি ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটা দুই সমকোণতকৈ সৰু সেই ফালে মিল হ'ব।

১ম প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

এটা নিৰূপিত সীমাবান সৰল বেখাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰিব লাগিব।

ক খ এটা নিৰূপিত সৰল বেখা, তাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিব লাগিব। ক বিন্দু



কেন্দ্ৰ ধৰি ক খ ব্যাসার্দ্ধ লই খ ঘ ছ নামে এটা বৃত্ত আঁকা। আকৌ খ বিন্দু কেন্দ্ৰ ধৰি খ ক ব্যাসার্দ্ধ লই ক ঘ চ নামে

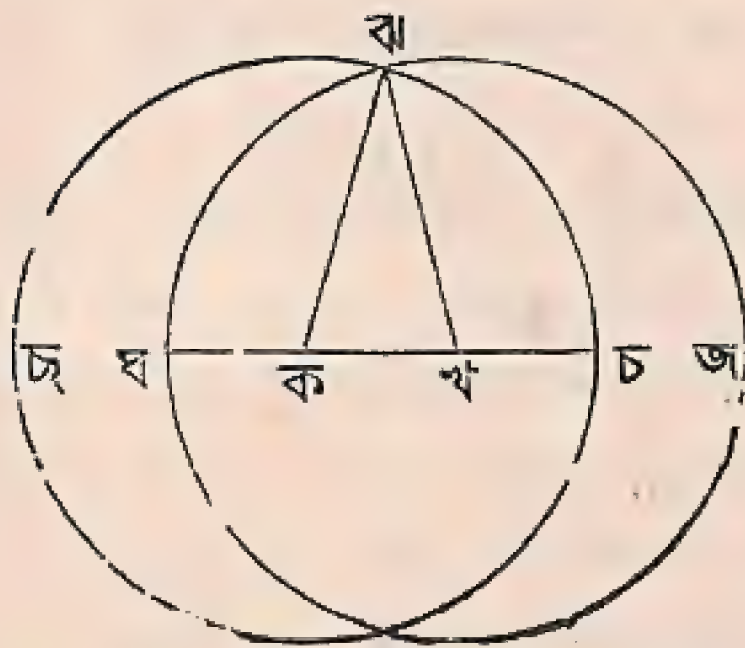
আৰু এটা বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী)। ঘ বিন্দুত ছয়ো বৃত্ত কটাকটি কৰিছে ; ঘ বিন্দুৰ পৰা ঘ ক আৰু ঘ খ নামে দুটা সৰল ৰেখা ক আৰু খ বিন্দুলৈ টানা (১ স্বী)। এতিয়া, ক খ ঘ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ হ'ব।

কাৰণ, ক, খ ঘ ছ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে ক খ আৰু ক ঘ পৰস্পৰ সমান (১৫ সং) খ, ক ঘ চ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে ক খ আৰু খ ঘ পৰস্পৰ সমান (১৫ সং) সুতৰাং ক ঘ আৰু খ ঘ প্ৰত্যেকে ক খ সৰল ৰেখাৰ সমান ; কিন্তু যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে কোনো এক বস্তুৰ সমান, সেই সেই বস্তু পৰস্পৰ সমান (১ স্ব) ; এতেকে ক ঘ, খ ঘ সৰল ৰেখাৰ সমান আৰু ক ঘ, ক খ, খ ঘ তিনিটা সৰল ৰেখা পৰস্পৰ সমান। সুতৰাং ক খ ঘ এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ; আৰু তাক নিকপণকৈ দিয়া ক খ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত অঁকা হ'ল। অতএব এটা নিকপিত সীমাবান সৰল ৰেখাৰ ওপৰত এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ইত্যাদি।

(ক) ক খ সৰল ৰেখাৰ আনফালে ক খ গ নামে ত্ৰিভুজ আঁকিলে দ্বিতীয় বিধ আকৃতি হ'ব।

(খ) প্ৰথম প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্য লই ভূমিৰ দুগুণ ভূজে সৈতে এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ আঁকিব পাৰি।

১ম প্ৰতিজ্ঞাত অঁকা ত্ৰিভুজটোৰ ক খ ভূমি ঘ আৰু চ লৈ বঢ়াই দিয়া যেনে এই আকৃতিত আছে। এতিয়া ক চ আৰু খ ঘ প্ৰত্যেকে ক খ ভূমিৰ দুগুণ হৈছে।



ক, কেন্দ্র ধরি ক চ ব্যাসার্ধ লই চ ঝ ছ বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী) ; খ কেন্দ্র করি খ ঘ ব্যাসার্ধ লই ঘ ঝ জ বৃত্ত আঁকা ; দুয়ো বৃত্ত ঝ বিন্দুত কটাকটি করিছে ; ঝ, ক আক ঝ, খ লগাই দিয়া ।

এতিয়া ক খ ঝ এনে এটা সমদ্বিবাহু, ত্রিভুজ হ'ব যে, তা'র ক ঝ আক খ ঝ ভুজ প্রত্যেকে ক খ ভূমির দুগুণ ।

ক খ = ক ঝ (১৫ নং) ; \therefore ক চ = ২ ক খ

(ক্রিয়া) ; \therefore ক ঝ = ২ ক খ ।

\therefore খ ঘ = খ ঝ (১৫ সং) ; \therefore খ ঘ = ২ ক খ

(ক্রিয়া) ; \therefore খ ঝ = ২ ক খ

(গ) এইবিলাক সম্পাদ্য প্রতিজ্ঞা ।

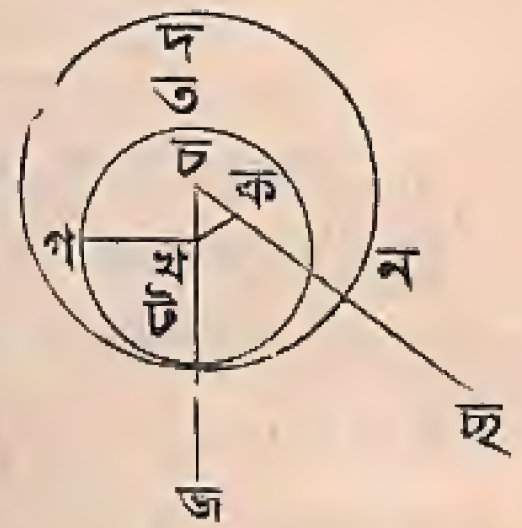
১, ২, ৩, ৯, ১০, ১১, ১২, ২২, ২৩, ৩১, ৪২, ৪৪, ৪৫, ৪৬ ।

২ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য ।

আকৃতি ৮ বিধ ।

এটা নিকৃপিত বিন্দুৰ পৰা এটা নিকৃপিত সৰল বেখাৰ সমান কৰি এটা সৰল বেখা টানিব লাগিব । ক, এটা নিকৃপিত বিন্দু, খ গ এটা নিকৃপিত সৰল বেখা । ক, বিন্দুৰ পৰা খ গ সৰল বেখাৰ সমান কৰি এটা সৰল বেখা টানিব লাগিব ।

ক আৰু খ সংলগ্ন কৰা (১ স্বী) । ক খ বেখাৰ ওপৰত ক খ চ নামে এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ সাজা (১ প্র) । চ ক আৰু চ খ ভূজ ছ আৰু জ লৈ বঢ়াই দিয়া (২ স্বী) । খ, কেন্দ্ৰ কৰি খ গ ব্যাসার্ধ লই গ ত ট নামে



এটা বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী) । চ জ বেখা ট বিন্দুত কটা গল : আকৌ চ কেন্দ্ৰ কৰি, চ ট ব্যাসার্ধ লই ট দ ন নামে আৰু এটা বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী) । চ ছ বেখা ন বিন্দুত কটা গল । এতিয়া ক ন সৰল বেখা খ গ সৰল বেখাৰ সমান হ'ব ।

কাৰণ খ, গ ত ট বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ ; এতেকে খ গ আৰু খ ট পৰস্পৰ সমান (১৫ সং) । চ, ট দ ন বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে চ ট আৰু চ ন পৰস্পৰ সমান (১৫ সং) । আৰু তাইঁতৰ অংশ চ ক আৰু চ খ সমান আছে (২৪ সং), এতেকে বাকী ক ন আৰু খ ট সমান (৩ স্ব) । কিন্তু পূৰ্বে দেখুৱা হৈছে

যে, খ গ বেখা খ ট বেখাৰ সমান, শূতবাং ক ন আৰু খ গ
 প্ৰত্যেকে খ ট বেখাৰ সমান। কিন্তু যি যি বস্তু প্ৰত্যেকে
 কোনো এক বস্তুৰ সমান সিহঁত পৰস্পৰ সমান (১ স্ব),
 শূতবাং ক ন বেখা খ গ বেখাৰ সমান। এতেকে ক
 নিকপিত বিন্দুৰ পৰা খ গ নিকপিত বেখাৰ সমান কৰি
 ক ন বেখা টনা হ'ল। অতএব এটা নিকপিত বিন্দুৰ পৰা
 এটা নিকপিত সৰল বেখাৰ সমান কৰি ইত্যাদি।

(ক) চ ক আৰু চ খ ভূজ আগৈয়ে বঢ়াই নিদি পেলায়
 গ ত ট বৃত্ত আঁকি এটালে, ট লৈ, চ খ আৰু ট দ ন বৃত্ত
 আঁকি এটালে ন লৈ, চ ক বঢ়াই দি ক্ৰিয়া কৰিলেও হয়।

(খ) বাঁকী সাত বিধ আকৃতি অঙ্কিত কৰিব খুজিলে।

১ম। দিয়া বিন্দুটো দিয়া বেখাৰ যি মূৰে হওক
 লগাই দিবা।

২য়। দিয়া বিন্দুৰ পৰা দিয়া বেখাৰ এমূৰলৈ টনা সৰল
 বেখাৰ তলে বা ওপৰে সমবাহু ত্ৰিভুজ আঁকিবা।

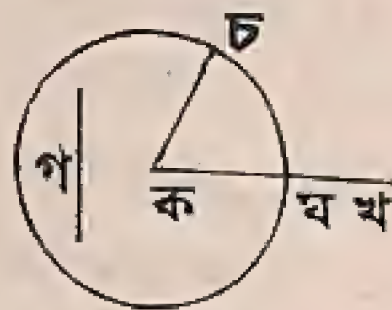
৩য়। ত্ৰিভুজৰ বাহু দুটা ওপৰৰ ফালেই হওক বা তলৰ
 ফালেই হওক বঢ়াই দিয়া।

৩ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য ।

আকৃতি ২ বিধ ।

ছুটা সবল বেখা নিকপিত আছে, এটা ডান্ডৰ এটা সক । ডান্ডৰ-টোৰ সকটোৰ সমান কৰি এক খণ্ড কাটিব লাগিব ।

ক খ আৰু গ ছটা নিকপিত সবল বেখা । ক খ বেখা, গ বেখাতকৈ ডান্ডৰ ; গ বেখাৰ সমান কৰি ক খ বেখাৰ এক খণ্ড কাটিব লাগিব ।



জ

গ বেখাৰ সমান কৰি ক বিন্দুৰ পৰা ক চ টানা (২ প্র) আৰু ক বিন্দু কেন্দ্ৰ কৰি ক চ ব্যাসার্দ্ধ লই চ জ ঘ নামে বৃত্ত অঙ্কিত কৰা (৩ স্বী) ক খ বেখা ঘ বিন্দুত কটা গ'ল । এতিয়া ক ঘ, গ বেখাৰ সমান হ'ব ।

কাৰণ ক, চ জ ঘ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ ; এতেকে ক চ আৰু ক ঘ পৰস্পৰ সমান (১৫ সং) । কিন্তু ক চ, গ বেখাৰ সমান কৰি টানি লোৱা হৈছে, এতেকে ক ঘ আৰু গ প্রত্যেকে ক চ বেখাৰ সমান ; সুতৰাং ক ঘ আৰু গ পৰস্পৰ সমান (১ স্ব) । এতেকে ক খ ডান্ডৰ বেখাৰ পৰা গ সক বেখাৰ সমান কৰি এক খণ্ড কটা হ'ল । অতএব ছুটা সবল বেখা ইত্যাদি ।

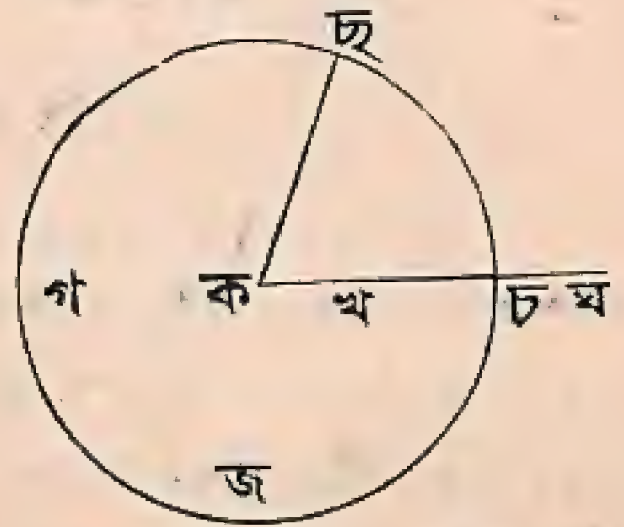
(ক) এই প্রতিজ্ঞার সাহায্যে দুটা নিকপিত সবল বেখার যোগ আৰু বিয়োগ ফলৰ সমান এটা সবল বেখা টানিব পাৰি।

(১ম) ক খ, আৰু গ দুটা নিকপিত সবল বেখা। দুইকো যোগ কৰিলে যিমান দীঘল হ'ব, সিমান দীঘল এটা সবল বেখা টানিব লাগিব।

ক খ, ঘলৈ বঢ়াই
দি, গ বেখাৰ সমান
কৰি খ চ কাটি লোৱা।

ক কেন্দ্ৰ কৰি ক চ
ব্যাসাৰ্দ্ধ লই চ জ ছ
আঁকা (৩ স্বী) ক, ছ,
সংলগ্ন কৰা। \therefore কছ =

কচ (১৫ সং)। কিন্তু কচ = কখ + খচ, বা খগ + গ;
 \therefore কছ = কখ + গ।



২য়। কঘ আৰু গ জানিবা নিকপিত সবল বেখা। কঘ আৰু গ দুইবো মাজত বাদ কাটিলে যিমান বাকী থাকে, সিমান দীঘল এটা সবল বেখা টানিব লাগে।

কঘ জানিবা গ বেখাতকৈ ডাঙৰ। গ বেখাৰ সমান কৰি চঘ কাটি লোৱা। ক. কেন্দ্ৰ কৰি কচ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই চজছ বৃত্ত আঁকা; (৩ স্বী) ক ছ সংলগ্ন কৰা।

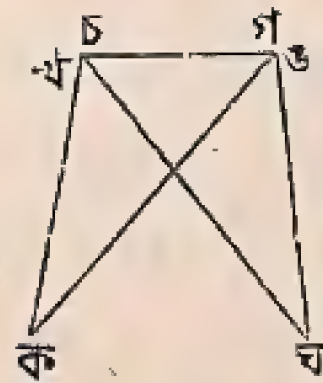
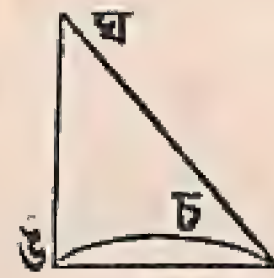
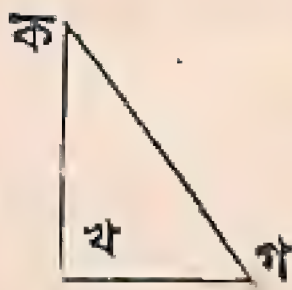
∴ কছ = কচ (১৫ সং) কিন্তু কচ = কঘ — ঘচ বা কঘ = গ ;
 ∴ কছ = কঘ — গ ।

৪ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি নানাবিধ ।

যদি এটা ত্রিভুজৰ দুই ভুজ ক্ৰমে আন এটা ত্রিভুজৰ দুই ভুজসৈতে
 পৰস্পৰ সমান হয়, আৰু সিহঁতৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্তী কোণও
 যদি সমান হয়, তেনেহলে, দুয়ো ত্রিভুজৰ ভূমি অৰ্থাৎ তৃতীয় ভুজ সমান
 হ'ব ; ত্রিভুজ দুটা সমান হ'ব আৰু সমান সমান ভুজৰ সম্মুখৰ বাকী
 কোণবোৰও পৰস্পৰ সমান হ'ব ।

ক খ গ আৰু ঘ ঙ চ দুটা ত্রিভুজ । ক খ গ ত্রিভুজৰ
 ক খ আৰু ক গ ভুজ, ঘ ঙ চ ত্রিভুজৰ ঘ ঙ আৰু ঘ চ
 ভুজসৈতে ক্ৰমে অৰ্থাৎ ক খ ভুজ, ঘ ঙ ভুজসৈতে ক গ ভুজ
 ঘ চ ভুজসৈতে সমান ; আৰু খ ক গ কোণ ঙ ঘ চ কোণৰ
 সমান । এতিয়া খ গ ভূমি ঙ চ ভূমিৰ আৰু ক খ গ ত্রিভুজ,
 ঘ ঙ চ ত্রিভুজৰ সমান হ'ব ; আৰু সমান সমান ভুজৰ সম্মুখৰ
 বাকী ক খ গ কোণ ঘ ঙ চ কোণে সৈতে ক গ খ কোণ ঘ চ ঙ
 "কোণে সৈতে সমান হ'ব ।



কাৰণ, যদি ক খ গ ত্ৰিভুজ ঘ ঙ চ ত্ৰিভুজৰ ওপৰত এনেদৰে বখা যায়, যেন ক বিন্দু ঘ বিন্দু সৈতে আৰু ক খ ভুজ ঘ ঙ ভুজ সৈতে মিলি পৰে, তেন্তে খ বিন্দু ঙ বিন্দু সৈতে মিলিব। কিয়নো ক খ ভুজ ঘ ঙ ভুজৰ সমান (কল্পনা) ক খ ভুজ ঘ ঙ ভুজে সৈতে মিলিলে ক গ ভুজ ঘ চ ভুজৰ ওপৰত পৰিব। কিয়নো খ ক গ কোণ ঙ ঘ চ কোণৰ সমান (কল্পনা) ; আৰু গ বিন্দু ঙ চ বিন্দু সৈতে মিলি হ'ব, যে হেতুক ক গ ভুজ ঘ চ ভুজৰ সমান (কল্পনা)। খ বিন্দু ঙ বিন্দু সৈতে মিলিব বুলি আগৈয়ে দেখুৱা হৈছে; এতেকে

খ গ ভূমি ও চ ভূমি সৈতে মিল হ'ব। কিয়নো খ বিন্দু ও বিন্দু সৈতে, গ বিন্দু চ বিন্দু সৈতে মিলিলেও খ গ ভূমি যদি ও চ ভূমি সৈতে নিমিলে, তেনেহলে খ গ আৰু ও চ দুয়ো বেখাই এখন ঠাই আগুৰিব। কিন্তু এনে সম্ভৱ নহয় (১০ স্ব), সুতৰাং খ গ ভূমি ও চ ভূমি সৈতে মিলিবই মিলিব, আৰু সমান হ'ব (স্ব ৮), আৰু ক খ গ গোটেই ত্ৰিভুজটো ঘ ও চ গোটেই ত্ৰিভুজে সৈতে মিলি যাব আৰু সমান হ'ব। তাত বাজে সিহঁতৰ বাকী কোণবিলাকও অৰ্থাৎ ক খ গ কোণ ঘ ও চ কোণে সৈতে, ক গ খ কোণ ঘ চ ও কোণে সৈতে মিলি সমান হ'ব। অতএব, যদি এটা ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) ৪, ৮, ২৬ এই তিনি প্ৰতিজ্ঞাই ভুজ কোণ, কালি তিনো পদে ত্ৰিভুজৰ সমানতা প্ৰমাণ কৰে। তাত বাজে আন যি যি প্ৰতিজ্ঞাত ত্ৰিভুজৰ সমানতাৰ বিষয় উল্লেখ আছে; সিহঁতে ত্ৰিভুজৰ কালিৰ সমানতা মাথোন প্ৰমাণ কৰে।

(খ) এইবিলাক উপপাদ্য প্ৰতিজ্ঞা।

৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২০, ২১, ২৪, ২৫, ২৬, ২৭, ২৮, ২৯, ৩০, ৩২, ৩৩, ৩৪, ৩৫, ৩৬, ৩৭, ৩৮, ৩৯, ৪০, ৪১, ৪৩, ৪৭, ৪৮।

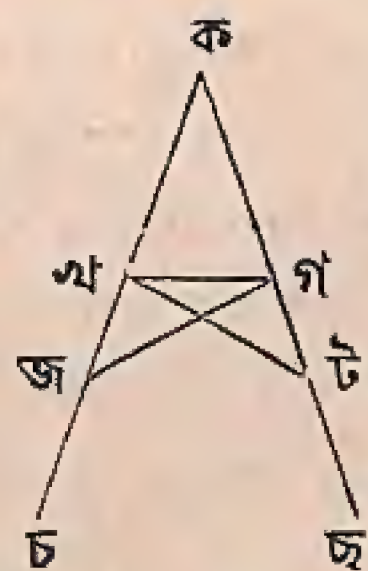
৫ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি নানাবিধ ।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ভূমিৰ সংলগ্ন কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান ; আৰু সমান ভুজ দুটা বঢ়ালে ভূমিৰ আনফালে সংলগ্ন কোণবিলাকও সমান হ'ব ।

ক খ গ এটা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ । তাৰ ক খ আৰু ক গ ভুজ পৰস্পৰ সমান ; এই সমান ভুজ দুটা চ আৰু ছ বিন্দুলৈ বঢ়োৱা যাওক । এতিয়া ক খ গ কোণ ক গ খ কোণৰ আৰু গ খ চ কোণ খ গ ছ কোণৰ সমান হ'ব ।

ক চ বেখাৰ মাজত জ নামে এটা বিন্দু লই ক ছ বেখাৰ পৰা ক জ বেখাৰ সমান কৰি ক ট কাটি লোৱা (৩ প্ৰ) গ, জ আৰু খ, ট লগাই দিয়া (১ স্বী) এতিয়া ক জ বেখা ক ট বেখাৰ সমান (ক্ৰিয়া) ; আৰু ক খ



বেখা ক গ বেখাৰ সমান (কল্পনা) ; এতেকে ক জ গ ত্রিভুজৰ ক জ আৰু ক গ ভুজ ক্ৰমে ক ট খ ত্রিভুজৰ ক ট আৰু ক খ ভুজে সৈতে সমান আৰু এই সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্তী জ ক ট কোণটো দুইবোৰ ত্রিভুজৰ সামান্য কোণ ; অৰ্থাৎ সেই একে কোণেই দুয়ো ত্রিভুজৰ সমান

সমান ভূজৰ মাজত আছে ; এতেকে সিহঁতৰ গ জ আৰু
 খ ট ভূমি দুটা সমান, (৪ প্র) । ক জ গ আৰু ক ট খ
 ত্ৰিভুজ দুটাও সমান ; আৰু সমান সমান ভূজৰ সম্মুখৰ বাঁকী
 কোণবোৰ অৰ্থাৎ ক গ জ কোণ ক খ ট কোণৰ ক জ গ
 কোণ ক ট খ কোণৰ সমান । আকৌ গোটেই ক জ বেখাটো
 গোটেই ক ট বেখাৰ সমান । আৰু সিহঁতৰ অংশ ক খ
 আৰু ক গ পৰস্পৰ সমান আছে ; সুতৰাং বাঁকী খ জ আৰু
 গ ট সমান (৩ স্ব) । গ জ বেখা খ ট বেখাৰ সমান বুলি
 পূৰ্বে প্ৰমাণ কৰা হৈছে ; এই কাৰণে খ জ গ ত্ৰিভুজৰ খ জ
 আৰু জ গ ভূজ গ ট খ ত্ৰিভুজৰ গ ট আৰু ট খ ভূজ পৰস্পৰ
 সমান ; আৰু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী খ জ গ ত্ৰিভুজ গ ট খ ত্ৰিভুজৰ
 সমান ; আৰু সিহঁতৰ সমান সমান ভূজৰ সম্মুখৰ কোণ-
 বিনাকও, অৰ্থাৎ জ খ গ কোণ ট খ গ কোণৰ আৰু জ গ খ
 কোণ ট খ গ কোণৰ সমান (৪ প্র) । পূৰ্বে প্ৰমাণ হৈছে
 যে, ক খ ট গোটেই কোণটো ক গ জ গোটেই কোণটোৰ
 সমান, এতিয়া, আকৌ সিহঁতৰ অংশ গ খ ট, খ গ জ কোণ
 দুটা সমান বুলি দেখুৱা গ'ল, এতেকে এই অংশ দুটা, গোটেই
 কোণ দুটাৰ পৰা বাদ কাটিলে বাঁকী ক খ গ আৰু ক গ খ
 কোণ সমান থাকে, আৰু এই দুটাই ভূমিত সংলগ্ন কোণ ।
 জ খ গ কোণ ট গ খ কোণৰ সমান যে তাক আঁগৈয়ে দেখুৱা
 হৈছে ; আৰু সিহঁতৰ ভূমিৰ আন ফালে সংলগ্ন কোণ ।
 অতএব সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি ।

এই প্রতিজ্ঞার প্রথম অংশ অর্থাৎ ভূমিত সংলগ্ন কোণ সমান যে তাক আক দুই মতে প্রমাণ করা যায়।

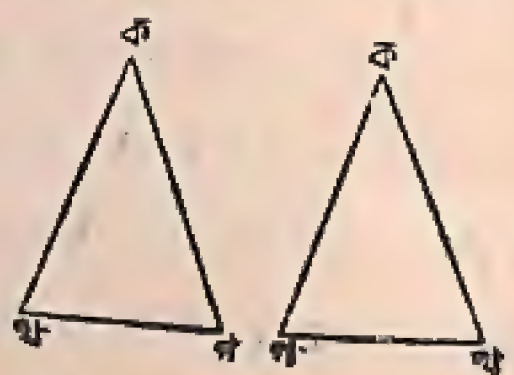
১ম। সমান ভুজ দুটা বড়াই নিদিয়াকৈ ক খ বেখাৰ মাজত ঘ বিন্দু লই ক ঘ বেখাৰ সমান কৰি ক ঙ কাটি লোৱা (৩ প্র)। ঘ আক ঙ, ঙ আক খ, ঘ আক গ সংলগ্ন কৰা।



\therefore কখ = কগ (কল্পনা), কঘ = কঙ (ক্রিয়া) \therefore কখ + কঙ = কগ + কঘ ; খকগ কোণ দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্য ; \therefore খঙ = গঘ \therefore \triangle কখঙ = \triangle কগঘ \therefore বাকী কখঙ কোণ = কগঘ কোণ (৪ প্র)। আকৌ ঘঙখ আক ঙঘগ ত্ৰিভুজৰ ঘখ = ঙগ, খঙ = গঘ \therefore ঘখ + খঙ = ঙগ + গঘ ; \therefore ঘখঙ কোণ = ঙগঘ কোণ ; \therefore \triangle ঘঙখ = \triangle ঙঘগ ; \therefore বাকী ঙঘখ কোণ = ঘঙগ কোণ ; আক বাকী ঘঙখ কোণ = ঙঘগ কোণ (৪ প্র) ; \therefore আক ঙঘগ এই সমান কোণ দুটা গোটেই ঙঘখ আক ঘঙগ কোণৰ পৰা বাদ দিলে বাকী খঘগ কোণ = গঙখ কোণ ; আকৌ খঘগ আক গঙখ ত্ৰিভুজৰ খঘ = ঙগ, খঙ = গঘ + খঘ + ঘগ = গঙ + ঙখ, আক খঘগ কোণ = গঙখ কোণ, \therefore \triangle ঘগখ = \triangle ঙখগ \therefore বাকী ঘখগ বা কখগ কোণ = ঙগখ বা কখগ কোণ (৪ প্র)।

২য়। ওপৰত বাখি পেলায়।

ভাব কৰা কখগ সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজটো যি ঠাইত আছে তাৰ
 পৰা জানিবা তুলি ল'লা ; এতিয়া
 এনেদৰে আকৌ সেই ঠাইত ৰাখা ;
 যেনে কখ ভুজ ঠিক কগ ভুজ থকা
 ঠাইত পৰে আৰু কগ ভুজ ঠিক কখ
 থকা ঠাইত পৰে ; যেনে লগৰ আকৃতিটোত দেখুৱা আছে ।
 কখ ভুজ কগ ভুজৰ ঠাইত পৰিলে খ বিন্দু গ বিন্দু থকা ঠাইত
 পৰি মিলি যাব ; কাৰণ সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ সমান ।
 সেই লেখিয়া কখ ভুজ কখ ভুজৰ ঠাইত পৰিলে গ বিন্দু খ
 বিন্দুৰ ঠাইত পৰি মিল হ'ব । আৰু সেই কাৰণে খগ ভূমি
 গখ ভূমিৰ ঠাইত মিল হৈ পৰিব । কিয়নো, খগ ভূমি
 গখ ভূমিৰ লগত মিলি নপৰিলে, অৱশ্য বেঁকাহৈ পৰিব
 আৰু সিহঁত দুয়ো এখন ঠাই আগুৰিব ; কিন্তু দুটা
 সৰল বেখাই এখন ঠাই আগুৰিব নোৱাৰে, (১০ স্ব) ;
 এতেকে খগ ভূমি গখ ভূমি ঠাইত পৰি মিলি যাব, আৰু
 সিহঁত মিলি গ'লে কখগ কোণ কগখ কোণে সৈতে আৰু
 কগখ কোণ কখগ কোণে সৈতে মিলিব, আৰু মিলি
 সমান হ'ব ।



অনুমান । সমবাহু ত্ৰিভুজ সমান কোণি অৰ্থাৎ যি
 ত্ৰিভুজৰ তিনি ভুজ সমান তাৰ তিনিও কোণ সমান ।

∴ কখ = কগ, ∴ কখগ কোণ = কগখ কোণ (৫ প্র) ;
 ∴ কখ = খগ ∴ খকগ কোণ = খগক কোণ সেই মতে কগ =

গখ, \therefore গকখ কোণ = কখগ কোণ সুতরাং তিনি কোণ
পৰস্পৰ সমান।

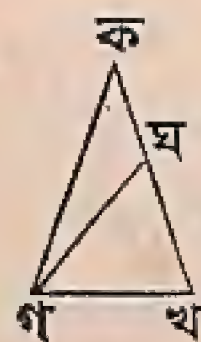
৬ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি দুই বিধ।

কোনো ত্রিভুজৰ দুটা কোণ সমান হ'লে সেই সমান কোণ দুটাৰ
সম্মুখৰ ভূজ দুটাও সমান হ'ব।

কখগ এটা ত্রিভুজ। তাৰ কখগ কোণ কগখ কোণৰ
সমান; এতেকে কখ ভূজ কগ ভূজৰ সমান হ'ব।

কাৰণ, যদি সিহঁত সমান নহয়
বুলি কোৱা তেন্তে দুইবোৰ মাজত
এটা ডাঙ্গৰ হ'ব। যদি এনে সম্ভৱ,
কখ ভূজ জানিবা কগ ভূজতকৈ



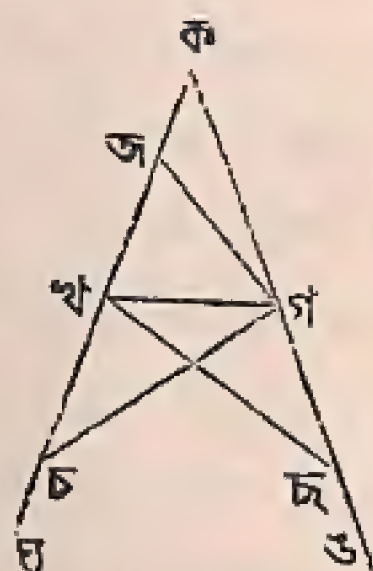
ডাঙ্গৰ — খ ভূজৰ পৰা কগ ভূজৰ সমান কৰি ঘখ কাটি লোৱা
(৩ প্ৰ)। ঘ আৰু গ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কখগ আৰু ঘখগ ত্রিভুজ দুটাৰ কগ ভূজ ঘখ
ভূজৰ সমান (ক্ৰিয়া)। খগ দুয়ো ত্রিভুজৰ সামান্য ভূজ,
এতেকে ঘখ আৰু খগ ভূজ কগ আৰু গখ ভূজে সৈতে সমান;
ঘখগ কোণ কগখ কোণৰ সমান (কল্পনা); সুতৰাং কখ ভূমি
ঘগ ভূমিৰ সমান (৪ প্ৰ)। আৰু কখগ ত্রিভুজ ঘখগ ত্রিভুজৰ

সমান। কিন্তু ঘখগ ত্ৰিভুজটো। কখগ ত্ৰিভুজৰ এক অংশহে আৰু অংশ গোটোৱাটো বস্তুৰ সমান হ'ব নোৱাৰে (৯ স্ব) : এতেকে কখ ভুজ কগ ভুজৰ অসমান নহয় অৰ্থাৎ সমান। গতএব, কোনো ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) যেতিয়া ভূজ দুটা বটাই দিলে ভূমিৰ আন ফালে
সংলগ্ন কোণ সমান হয়, তেতিয়াও ত্ৰিভুজৰ দুই ভূজ সমান
হ'ব।

কথগ ত্রিভুজব কথ
ভুজ, ঘলৈ, কগ ভুজ
ওলৈ বঢ়াই দিয়া ।
গখঘ কোণ খগও
কোণব সমান ।
এতেকে, কথ আক
কগ ভুজ সমান হ'ব ।



যদি সমান নহয়, তেন্তে এটা ডান্ডৰ হ'ব। কথ, জানিবা,
কগ ভুক্তকৈ ডান্ডৰ। জখ বেখা কগ বেখাৰ সমান কৰি
লই জ আৰু গ লগাই দিয়া। খঘ বেখাৰ মাজত চ বিন্দু
লই পেলায় খচ বেখাৰ সমান কৰি গছ কাটি লোৱা (৩ প্ৰ)
খ, ছ আৰু গ, চ লগাই দিয়া।

এতিয়া $খচ = গছ$ (ক্রিয়া)। $খগ$, $খগচ$ আৰু $গখছ$ ত্ৰিভুজৰ সামান্য ভুজ $\therefore খচ + খগ = গছ + খগ$, $\therefore চখগ$ কোণ $= ছগখ$ কোণ (কল্পনা), $চগ + খছ$ (৪ প্র) $\therefore \triangle খগছ =$

\triangle গখছ ; বাঁকী খচগ কোণ, $=$ গছথ কোণ, আকৌ জখ + খচ
 অর্থাৎ জচ $=$ কগ + গছ অর্থাৎ কচ, চগ $=$ খছ, \therefore জচ + চগ
 $=$ কছ + ছথ, জচগ কোণ $=$ কছথ কোণ, \therefore ভূমি জগ $=$
 ভূমি কথ, $\therefore \triangle$ জচগ $= \triangle$ কছথ (৪) ; এতিয়া জচগ
 ত্ৰিভুজৰ পৰা খগচ, আৰু কছথ ত্ৰিভুজৰ পৰা গখছ এই
 সমান সমান বস্তু বাদ দিয়া। বাদ দিলে বাঁকী \triangle জখগ
 $= \triangle$ কখগ। কিন্তু জখগ ত্ৰিভুজ কখগ ত্ৰিভুজৰ এক অংশ।
 আৰু অংশ গোটেইটো বস্তুৰ সমান হোৱা অসম্ভৱ (৯ স্ব)।
 এতেকে কখ ভুজ কগ ভুজৰ অসমান নহয় অর্থাৎ সমান।

অনুমান। সমান কোণি ত্ৰিভুজ সমবাহুক অর্থাৎ যি
 ত্ৰিভুজৰ তিনি কোণ সমান তাৰ তিনিও ভুজ সমান।

যেহেতুক, কখগ কোণ $=$ কগখ কোণ \therefore কখ $=$ কগ,
 \therefore কখগ কোণ $=$ খকগ কোণ \therefore কগ $=$ খগ, \therefore কগখ কোণ
 $=$ খকগ কোণ \therefore খক $=$ খগ ; প্রত্যেকে তিনিও ভুজ পৰস্পৰ
 সমান।

(খ) ৬ প্রতিজ্ঞা বক্র বা ব্যতিবেকী প্রমাণৰ প্রথম
 দৃষ্টান্ত : এই বিলাক প্রতিজ্ঞাৰ প্রমাণ বক্র। ৬, ৮, ১৪,
 ১৯, ২৫, ২৯, ৩৯, ৪৯।

(গ) ৬ প্রতিজ্ঞাটো ৫ প্রতিজ্ঞাৰ বিপৰীত অর্থাৎ
 ওভোটা। উপপাদ্য প্রতিজ্ঞাৰ হে বিপৰীত প্রতিজ্ঞা আছে।

এইবোৰ বিপৰীত প্রতিজ্ঞা।

৪ প্রতিজ্ঞাৰ বিপৰীত ৮

৫	প্রতিজ্ঞাব	বিপৰীত	৬
১৩	"	"	১৪
১২	স্বতঃসিদ্ধ	"	১৭
১৫	প্রতিজ্ঞাব	"	দিয়ানাই
১৮	"	"	১৯
২৪	"	"	২৫
২৭	প্রতিজ্ঞাব	বিপৰীত	২৯
২৮	"	"	২৯
৩৪	"	"	দিয়ানাই
৩৭	"	"	৩৯
৩৮	"	"	৪০
৪	"	"	দিয়ানাই
৪৭	"	"	৪৮

৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

প্রমাণ তিন বিধ ।

একে ভূমির ওপৰত একে ফালে এনে দুই ত্ৰিভুজ হ'ব নোৱাৰে, যাৰ ভূমিৰ এমূৰে সংলগ্ন ভূজ দুটা পৰস্পৰ সমান আৰু ভূমিৰ আন মূৰে সংলগ্ন ভূজ দুটাও পৰস্পৰ সমান ।

যদি কোৱা হ'ব পাৰে তেন্তে, কথ একে ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে কথগ আৰু কথচ নামে এনেকুৱা দুটা ত্ৰিভুজ হওক,

যাব কখ ভূমিৰ ক মূৰে সংলগ্ন কগ, আৰু কচ ভূজ যেন পৰস্পৰ
সমান আৰু খ মূৰে সংলগ্ন খগ, খচ ভূজ দুটাও পৰস্পৰ সমান।
গ আৰু চ সংলগ্ন কৰা।

১ম প্ৰমাণ। যেতিয়া দুয়ো ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ অৰ্থাৎ মূৰ
কোণ, দুইবোৰ বাহিৰে পৰে। যেনে এই আকৃতিত আছে।

কগচ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ কগ আৰু কচ ভূজ পৰস্পৰ



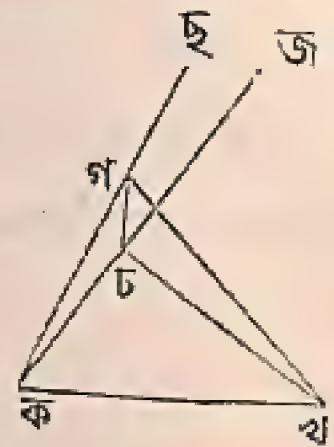
সমান (কল্পনা)। এতেকে কগচ কোণ কচগ কোণৰ সমান
(৫ প্ৰ)। কিন্তু কগচ কোণ খগচ কোণতকৈ ডাঙৰ (৯ স্ব)।
সুতৰাং কচগ কোণও খগচ কোণতকৈ ডাঙৰ; তেন্তে খচগ
কোণ খগচ কোণতকৈ অতি ডাঙৰ। আকৌ খগচ এটা ত্ৰিভুজ,
তঃ কগ আৰু খচ ভূজ পৰস্পৰ সমান (কল্পনা) সুতৰাং
খগচ কোণ খচগ কোণৰ সমান (৫ প্ৰ)। কি খচগ কোণ
খগচ কোণতকৈ ডাঙৰ বুলি ওপৰত প্ৰমাণ কৰা হৈছে;
এতেকে কচগ কোণ খগচ কোণতকৈ ডাঙৰো আৰু তাৰ
সমানো এনে অসম্ভৱ। অতএব একে ভূমিৰ ওপৰত ইত্যাদি।

২য় প্ৰমাণ। যেতিয়া এটা, ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণ আনটোৰ
ভিতৰত পৰে, যেনে এই আকৃতিত আছে।

কচ আৰু কগ ভূজ জ আৰু ছ বিন্দুলৈ বঢ়াই দি, চ আৰু গ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কচ আৰু কগ ভূজ পৰস্পৰ সমান। (কল্পনা)

এতেকে, গচ ভূমিৰ আন ফালে
সংলগ্ন ছগচ আৰু জচগ কোণ
পৰস্পৰ সমান (৫ প্র) কিন্তু
ছগচ কোণ খগচ কোণতকৈ
ডাঙ্গৰ (৯ স্ব) সুতৰাং জচগ



কোণও খগচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ। তেন্তে খচগ কোণ খগচ
কোণতকৈ অতি ডাঙ্গৰ। আকৌ খগ ভূজ খচ ভূজৰ সমান
(কল্পনা) অতএব, খচগ কোণ খগচ কোণৰ সমান (৫ প্র)।
কিন্তু খচগ খগচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ বুলি পূৰ্বে প্রমাণ হৈছে,
এতেকে খচগ কোণ খগচ কোণতকৈ এবেলি ডাঙ্গৰ, এবেলি
তাৰ সমান এনে কেতিয়াও হ'ব নোৱাৰে। অতএব একে
ভূমিৰ ওপৰত ইত্যাদি।

৩য় প্রমাণ। যেতিয়া এটা ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণ আনটো
ত্ৰিভুজৰ ভূজত পৰে। ইয়াত স্পষ্ট দেখা যায় যে, কখচ
ত্ৰিভুজৰ কচ ভূজ কখগ ত্ৰিভুজৰ কগ ভূজৰ এক অংশহে।
সুতৰাং কচ ভূজ কগ ভূজসৈতে সমান হোৱা অতি অসম্ভৱ
কথা (৯ স্ব)। অতএব একে ভূমিৰ ওপৰত ইত্যাদি।

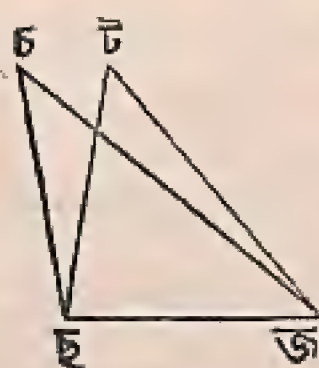
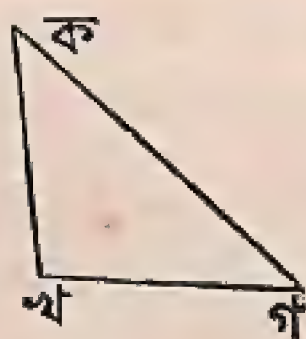
(ক) ৭ প্রতিজ্ঞাৰ ব্যৱহাৰ ৮ প্রতিজ্ঞাৰ বাজে আন
কতো দেখা নেযায়।

৮ প্রতিজ্ঞা—উপপাত্ত ।

আকৃতি নানাবিধ ।

যদি এটা ত্রিভুজৰ দুই ভুজ ক্ৰমে আন এটা ত্রিভুজৰ দুই ভুজসৈতে সমান হয়, আৰু সিহঁতৰ ভূমিও যদি সমান হয়, তেন্তে সেই দুই ত্রিভুজৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্তী কোণও সমান হ'ব ।

কখগ আৰু চছজ দুটা ত্রিভুজ । সিহঁতৰ কখ আৰু কগ ভুজ ক্ৰমে চছ আৰু চজ ভুজসৈতে অৰ্থাৎ কখ ভুজ চছ ভুজে



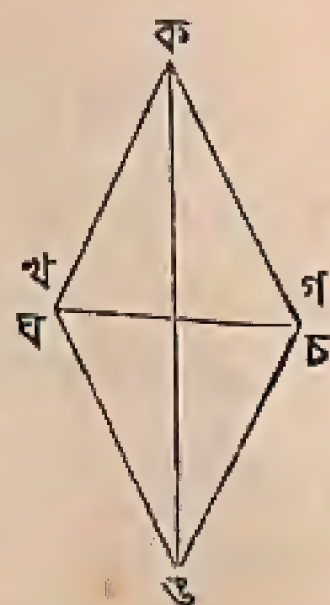
সৈতে আৰু কগ ভুজ চজ ভুজে সৈতে সমান ; আৰু খগ ভূমি ছজ ভূমিৰ সমান । এতিয়া কখগ কোণ ছচজ কোণৰ সমান হ'ব ।

কাৰণ, যদি কখগ ত্রিভুজ চছজ ত্রিভুজৰ ওপৰত এনেদৰে ৰাখা যায় যেন, খ বিন্দু ছ বিন্দুৰ ওপৰত আৰু খগ ৰেখা ছজ ৰেখাৰ ওপৰত পৰে তেনেহলে গ বিন্দু জ বিন্দুসৈতে মিলিব । কাৰণ, খগ ভূমি ছজ ভূমিৰ সমান (কল্পনা) ; খগ ভূমি ছজ

ভূমি সৈতে মিলিলে কখ আক কগ ভূজ ক্রমে চছ আক চজ ভূজে সৈতে মিলি যাব। কিয়নো খগ ভূমি ছজ ভূমি সৈতে মিলিলে, কখ আক কগ ভূজ চছ আক চজ ভূজে সৈতে নিমিলি যদি, টছ আক টজ যি ভাজে আছে সেই ভাজে পবে; তেন্তে একে ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে এনে দুটা ত্ৰিভুজ হ'ব, যাব ভূমিৰ এমূৰে সংলগ্ন ভূজ দুটা পৰস্পৰ সমান আক ভূমিৰ আন মূৰে সংলগ্ন ভূজ দুটাও পৰস্পৰ সমান। কিন্তু তেনে হব নোৱাৰে (৭ প্র)। এতেকে, খগ ভূমি ছজ ভূমি সৈতে মিলিলে কখ আক কগ ভূজ চছ আক চজ ভূজে সৈতে অৱশ্যই মিলিব। সুতৰাং খকগ কোণও ছচজ কোণে সৈতে মিলিব আক তাৰ সমান হ'ব। অতএব যদি এটা ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) ৮ প্রতিজ্ঞাৰ সবল প্রমাণ।

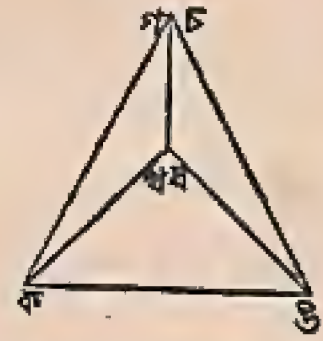
১ম। ত্ৰিভুজ দুটা এনেদৰে ৰাখা যেন সিহঁতৰ ভূমি মিলি যায়। আক এটাৰ শীৰ্ষ কোণ ভূমিৰ ওপৰ ফালে আক আনটোৰ শীৰ্ষ কোণ তাৰ তলফালে পৰে; আক সমান সমান ভূজ একেহাতে থাকে: যেনে এই আকৃতিত আছে। ক আক গ লগাই দিয়া।



∴ কখ = ঘঙ বা খঙ ∴ খকঙ কোণ = খঙক কোণ (৫ প্র)

আকৌ কগ = চঙ বা গঙ ; \therefore গকঙ কোণ = গঙক কোণ
(৫ প্র) ; \therefore খকগ কোণ = খঙগ কোণ (২ স্ব) ।

২য়। ত্রিভুজ দুটা এনেদবে রাখা,
যেন সিহতৰ ভূমি মিলি যায় ; মূৰ
কোণ দুটা তললৈ নামি সমান
সমান ভুজ একে বিন্দুৰ পৰা ওলমি
থাকে। যেনে এই আকৃতিত আছে।
ক আৰু ঙ লগাই দিয়া।



\therefore কগ = চঙ বা গঙ ; \therefore গকঙ কোণ = গঙক কোণ
(৫ প্র) আকৌ কখ = ঘঙ বা খঙ ; \therefore খকঙ কোণ = খঙক
কোণ (৫ প্র) । এতেকে গকঙ কোণ - খকঙ কোণ = \angle
কোণ - খঙক কোণ, অৰ্থাৎ গকখ কোণ = চঙখ কোণ ।

৩য়। ত্রিভুজ দুটা এনেকুৱাকৈ পৰস্পৰ
লগাই রাখা যেন সিহতৰ ভূমি মিলি যায়
আৰু মূৰ কোণ দুটাৰ ভূমিৰ ওপৰে আৰু তলে
পৰে আৰু সমান সমান ভুজ দুটাৰ একে মূৰে
থাকে যেনে এই আকৃতিত আছে।



\therefore কখ = ঘঙ বা খঙ ; \therefore খকঙ কোণ = খঙক কোণ
(৫ প্র) ।

৯ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি ও বিধ ।

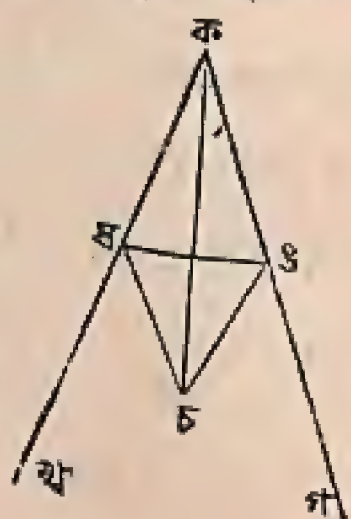
এটা নিকপিত সবল বৈখিক কোণ কাটি সমানে দুই খণ্ড
করিব লাগিব।

খকগ এটা সবল বৈখিক কোণ। ইয়াক কাটি সমানে
দুই খণ্ড কৰিব লাগিব।

কথ সবল বেখাত, ঘ নামে এটা বিন্দু লই, কঘ সবল
বেখার সমান কবি কথ কাটি লোৱা। (৩ প্র)। ঘ আক ও
লগাই দিয়া। ঘঙ সবল বেখাৰ যি ফাল, ক বিন্দুৰ পৰা দূৰৈ,
সেই ফালে ঘঙ সবল বেখাৰ ওপৰত, ঘচঙ নামে এটা সমবাহু
ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা। (১ম প্র) ক আক চ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কচ সবল বেথাৰ দ্বাৰাই খকগ কোণটো সমানে
 ছুই খণ্ড হ'ব। কাৰণ, কঘচ আৰু কঙচ ত্ৰিভুজ দুটাৰ কঘ
 আৰু কঙ ভুজ সমান (ক্ৰিয়া)।

কচ ছয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্য ভুজ ;
কচ আৰু কচ ভুজ, ক্ৰমে কঙ
আৰু কচ ভুজে সৈতে সমান,
আৰু যচ ভূমি ওচ ভূমিৰ সমান
আছে। (২৪ সং)। এতেকে



যকচ কোণ ঙকচ কোণৰ সমান (৮ প্র)। অতএব, খকগ

সবল বৈখিক কোণটোক, সমানে ছুই খণ্ড কৰি কটা হ'ল।
অতএব, এটা নিকপিত সবল বৈখিক কোণ ইত্যাদি।

(ক) “ঘঙ সবল বেখাৰ যি ফাল ক বিন্দুৰ পৰা দূৰৈ,
সেই ফালে” এই কথা কই লোৱাৰ তাৎপৰ্য্য যে, ঘচঙ ত্ৰিভুজ,
দিয়া কোণটো থকা ফালে অঙ্কিত কৰিলে, ত্ৰিভুজটোৰ মূৰ,
কোণটোৰ মূৰে সৈতে মিল খাব পাৰে আৰু মিল খালে সেই
ক্ৰিয়া দ্বাৰাই প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ নহ'ব। ৪২৬৪/অ:

(খ) যদি ঘচঙ ত্ৰিভুজ, দিয়া কোণ থকা ফালে অঙ্কিত
কৰা যায় আৰু অঙ্কিত কৰিলে সিহঁতৰ মূৰ দুটা যদি মিলি
নেযায়; তেন্তে ত্ৰিভুজটো সেই ফালে অঙ্কিত কৰি প্ৰমাণ
কৰিলেও হয়। ~~৪২৬৪/অ:~~

(গ) ৯ প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্যেৰে, সবল বৈখিক কোণক
৪, ৮, ১৬, ৩২, এই লেখিয়া সমান খণ্ড কৰিব পাৰা যায়।

খকগ সবল বৈখিক কোণটো সমান চাৰি খণ্ড কৰি কাটিব
লাগিলে প্ৰথমে, তাক কচ সবল বেখাৰে খকচ আৰু গকচ, এই
দুই সমান খণ্ড কৰা। কচ সবল বেখাৰ মাজত ট বিন্দু লই,
কট, সবল বেখাৰ সমান কৰি কঘ আৰু কঙ কাটি লোৱা।
(৩ প্ৰ)। ট, ঘ আৰু ট, ঙ লগাই দিয়া, আৰু টঘ, টঙ সবল
বেখাৰ ওপৰত, ক্ৰমে টছঘ আৰু টজঙ নামে সমবাহু ত্ৰিভুজ
অঙ্কিত কৰা (১ প্ৰ)। কছ আৰু কজ লগাই দি, প্ৰতিজ্ঞাৰ
প্ৰমাণ মতে প্ৰমাণ কৰা।

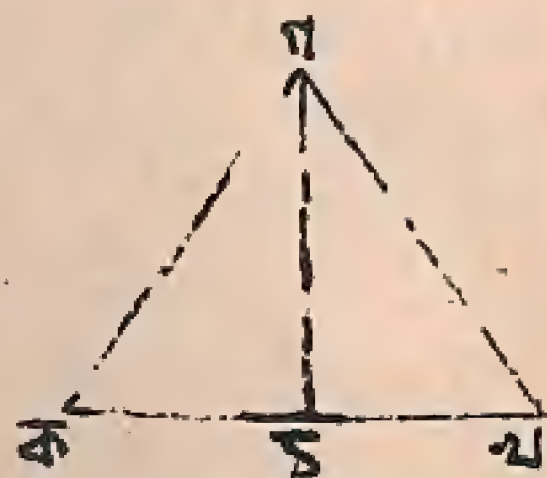
১০ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য ।

আকৃতি দুই বিধ ।

এটা নিকপিত সীমাবান সবল বেখা কাটি, সমানে দুই খণ্ড কৰিব লাগিব ।

কথ এটা নিকপিত সবল বেখা, তাক, সমানে দুই খণ্ড কৰি কাটিব লাগিব ।

কথ সবল বেখাৰ ওপৰত কথগ নামে এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্র) । আৰু কগখ কোণটো গচ সবল বেখাৰে কাটি, সমানে দুই খণ্ড কৰা (২ প্র) ; গচ সবল বেখা কথ সবল বেখাৰ লগত চ বিন্দুত মিলিছে । এতিয়া, কথ সবল বেখা চ বিন্দুত সমানে দুই খণ্ড হ'ব ।



কাৰণ কগচ আৰু খগচ ত্ৰিভুজৰ কগ আৰু খগ ভূজ সমান (২৪ সং) । গচ, দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্য ভূজ ; কগ আৰু গচ ভূজ, ক্ৰমে খগ আৰু গচ ভূজে সৈতে সমান আৰু কগচ কোণ খগচ কোণৰ সমান (ক্ৰিয়া) এতেকে, কচ ভূমি খচ ভূমিৰ সমান (৪ প্র) । সুতৰাং কথ বেখাক চ বিন্দুত সমানে দুই খণ্ড কৰি কটা হ'ল অতএব, এটা নিকপিত সীমাবান সবল বেখা ইত্যাদি ।

(ক) ১০ প্রতিজ্ঞাৰ সাহায্যেৰে কোনো সীমাবান
সবল বেখাক ৪, ৮, ১৬, ৩২, এই লেখিয়া সমান খণ্ড কৰি
কাটিব পাৰা যায়।

কথ এটা সবল বেখা। তাক সমান চাৰি খণ্ড কৰিব
লাগিলে, কথ সবল বেখাটোক প্রথমে ঘ বিন্দুত সমানে
দুই অংশ কৰা। কথ সবল বেখাৰ ওপৰত কঙঘ আৰু খঘ
সবল বেখাৰ ওপৰত খচঘ সমবাহু ত্ৰিভুজ আঁকা (১ প্র)।
কঙঘ আৰু খচঘ কোণ দুটা উচ আৰু চজ সবল বেখাৰে
সমানে দুই খণ্ড কৰি লোৱা (২ প্র)। এতিয়া, প্রতিজ্ঞাৰ
প্রমাণে প্রমাণ কৰা।

১১ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

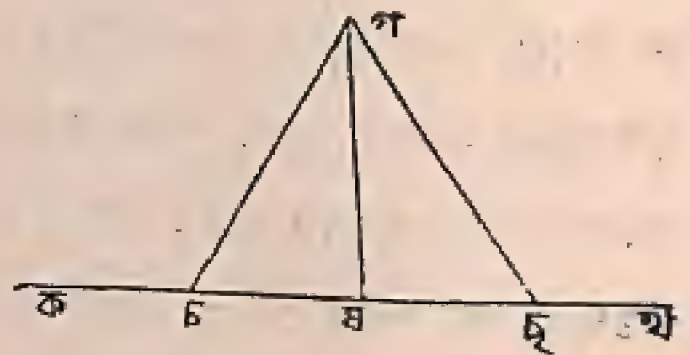
আকৃতি দুই বিধ।

কোনো নিকপিত সবল বেখাৰ কোনো নিকপিত বিন্দুৰ
পৰা, সেই সবল বেখাৰ ওপৰত এটা লম্ব টানিব
লাগিব।

কথ এটা নিকপিত সবল বেখা; আৰু ঘ তাৰ নিকপিত

বিন্দু। ঘ বিন্দুর পৰা কখ সৰল বেখাৰ ওপৰত, এটা লম্ব টানিব লাগিব।

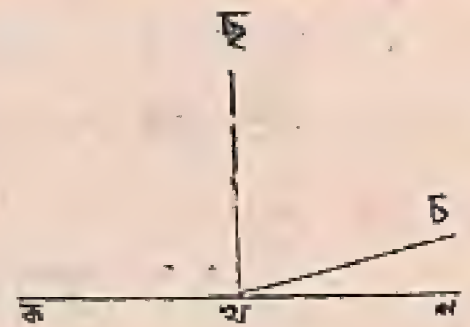
কখ বেখাৰ মাজত চ বিন্দু লই ঘচ বেখাৰ সমান কৰি ঘছ কাটি লোৱা (৩ প্ৰ)। চছ বেখাৰ ওপৰত, চগছ নামে, এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্ৰ)। ঘ আৰু গ লগাই দিয়া এতিয়া, গঘ সৰল বেখা, কখ সৰল বেখাৰ লম্ব হ'ব।



কাৰণ ঘচগ আৰু ঘছগ ত্ৰিভুজৰ ঘচ আৰু ঘছ ভূজ পৰস্পৰ সমান (ক্ৰিয়া)। ঘগ, ছয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্ত্ৰ ভূজ ; ঘচ আৰু ঘগ ভূজ ক্ৰমে ঘছ আৰু ঘগ ভূজৰ সমান ; গচ ভূমি গছ ভূমিৰ সমান আছে (২৪ সং)। এতেকে চঘগ কোণ ছঘগ কোণৰ সমান (৮ প্ৰ) ; কিন্তু এটা সৰল বেখা, আন এটা সৰল বেখাৰ ওপৰত থিয় হৈ, ছয়ো ফালে যি দুই কোণ কৰে, সিহঁত যদি সমান হয়, তেন্তে, থিয় বেখাটোক আন বেখাটোৰ লম্ব বোলে (১০ সং)। এতেকে, কখ সৰল বেখাৰ গঘ লম্ব ; আৰু তাক, কখ বেখাৰ ঘ নিকপিত বিন্দুৰ পৰা টনা হ'ল। অবএব, কোনো নিকপিত সৰল বেখাৰ ইত্যাদি।

অনুমান। দুই সৰল বেখাৰ কোনো এক অংশ সামান্ত্ৰ হ'ব নোৱাৰে।

যদি কোৱা হ'ব পাৰে, তেনেহ'লে, কথগ আৰু কথচ জানিবা, দুটা সৰল ৰেখা, আৰু কথ, সিহঁতৰ সামান্য অংশ অৰ্থাৎ এই অংশটো জানিবা, দুয়ো সৰল ৰেখাৰ উমূহতিয়া।
খ বিন্দুৰ পৰা কথ সৰল ৰেখাৰ ওপৰত, খছ লম্ব টানা। (১১ প্ৰ)।



এতিয়া, কথগ এটা সৰল ৰেখা (কল্পনা) খছ তাৰ লম্ব; এতেকে, কথছ কোণ গথছ কোণৰ সমান (১০ সং); সেই মতে কথচ এটা সৰল ৰেখা, খছ তাৰ লম্ব, এতেকে, কথছ কোণ চথছ কোণৰ সমান (১০ সং)। কথছ কোণ গথছ কোণৰ সমান বুলি ওপৰত দেখুৱা হৈছে, সুতৰাং গথছ কোণ চথছ কোণৰ সমান (১ স্ব)। কিন্তু, চথছ কোণ গথছ কোণৰ অংশ মাত্ৰ; আৰু অংশ গোটেই বস্তুটোৰ সমান হোৱা অসম্ভৱ (৯ স্ব)। এতেকে কথ, কথগ আৰু কথচ দুয়ো সৰল ৰেখাৰ সামান্য অংশ নহয়।

(৮ : যদি নিকপিত বিন্দুটো নিকপিত সৰল ৰেখাৰ এমূৰে থাকে, তেন্তে সৰল ৰেখাটো সেই মূৰে বঢ়াই লই ক্ৰিয়া কৰিব লাগিব।

(খ) কোনো এটা বিন্দুৰ পৰা কোনো এটা ৰেখালৈ, দুটা সমান সৰল ৰেখা টানিব লাগিব।

কথ ৰেখাৰ ওপৰত গথ লম্ব টানা (১১ প্ৰ); কথ ৰেখাৰ ভিতৰত চ বিন্দু লই ঘছ ৰেখা চঘ ৰেখাৰ সমান কৰি লোৱা

(৩ প্র)। গ, চ আৰু গ, ছ সংলগ্ন কৰা; এতিয়া গ বিন্দুৰ পৰা, টনা গচ আৰু গছ পৰস্পৰ সমান হ'ব।

∴ চঘ=ছঘ (ক্ৰিয়া) ; ∴ চঘ+গঘ=চঘ+গঘ, ∴ চঘগ কোণ=ছঘগ কোণ (১০ সং) ; ∴ গচ=গছ (৪ প্র)।

১২ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

আকৃতি দুই বিধ।

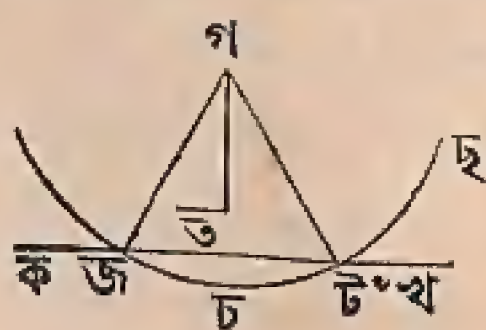
এটা নিকপিত অসীম সৰল বেখাৰ ওপৰত তাৰ বহিঃস্থ কোনো এক নিকপিত বিন্দুৰ পৰা এটা টানিব লাগিব।

কথ এটা নিকপিত অসীম সৰল বেখা, তাক যিমান দূৰৈ ইচ্ছা সিমান দূৰৈলৈ ছয়ো পোনে বঢ়াব পাৰি। আৰু গ, তাৰ বহিঃস্থ নিকপিত বিন্দু। গ বিন্দুৰ পৰা কথ সৰল বেখাৰ ওপৰত এটা লম্ব টানিব লাগিব।

কথ সৰল বেখাৰ তলৰ ফালে চ বুলি এটা বিন্দু লোৱা। গ কেন্দ্ৰ কৰি গচ ব্যাসার্দ্ধ লই, ছটজ নামে এটা বৃত্ত আঁকা (৩ স্ব)।

জ আৰু ট বিন্দুত, কথ কটা পৰিল। জট বেখা, ত বিন্দুত সমানে দুই খণ্ড কৰা

(১০ প্র)। গ আৰু ত লগাই দিয়া। এতিয়া, গ ত, কথ সৰল বেখাৰ লম্ব হ'ব। গ, জ আৰু গ, ট সংলগ্ন কৰা।



কাৰণ, জতগ আৰু টতগ দুটা ত্ৰিভুজ। সিহঁতৰ জত আৰু টত ভুজ পৰস্পৰ সমান (ক্ৰিয়া) তগ, দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সামান্য ভুজ ; জত আৰু তগ ভুজ ক্ৰমে টত আৰু তগ ভুজে সৈতে সমান আৰু জগ ভূমি, টগ ভূমিৰ সমান (১৫ সং)। এতেকে, জতগ কোণ টতগ কোণৰ সমান (৮ প্ৰ)। কিন্তু এটা সবল বেখা আন এটা সবল বেখাৰ ওপৰত থিয় হলে যদি তাৰ দুয়ো ফালে হোৱা কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান হয়, তেন্তে সেই প্ৰতি কোণক সমকোণ, আৰু থিয় বেখাটোক তাৰ লম্ব বোলে (১০ সং)। অতএব, গত লম্ব আৰু তাক, গ নিকপিত বিন্দুৰ পৰা কথ নিকপিত বেখাৰ ওপৰত টনা হ'ল।

(ক) নিকপিত সবল বেখাটো “অসীম” বোলাৰ অভি-
প্ৰায়ে যে, তেনে নুবুলিলে, বৃত্ত আঁকি বৰ বেলিয়া, তাক,
বঢ়াবৰ প্ৰয়োজন হ'ব পাৰে।

(খ) কোনো সবল বেখাই সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ মূৰ
কোণ সমানে দুই খণ্ড কৰিলে, তাৰ ভূমিকো সমানে দুই খণ্ড
কৰিব আৰু ভূমিৰ লম্ব হ'ব।

\therefore কথ = কগ (২৪ সং) ; \therefore কথ + কঘ = কগ + কঘ,
 \therefore খকঘ কোণ = গকঘ কোণ (কল্পনা) ; \therefore খঘ = গঘ (৪ প্ৰ) ;
 \therefore কঘখ কোণ = কঘগ কোণ ; \therefore কঘ লম্ব (১০ সং)।

(গ) কোনো সবল বেখাই, সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ ভূমি
সমানে দুই খণ্ড কৰিলে, তাৰ মূৰ কোণক সমানে দুই খণ্ড
কৰিব আৰু সেই বেখাটো ভূমিৰ লম্ব হ'ব।

\therefore কখ = কগ ; \therefore কখ + কঘ = কগ + কঘ ; \therefore খঘ = গঘ (কল্পনা) ; খকঘ কোণ = গকঘ কোণ (৮ প্র) ; \therefore কঘখ কোণ = কঘগ কোণ (৪ প্র) ; \therefore কঘ লম্ব (১০ সং) ।

(ঘ) কোনো ত্রিভুজৰ মূৰ কোণৰ পৰা লম্ব টানিলে, সেই লম্বে যদি, ত্রিভুজৰ ভূমি, সমানে দুই খণ্ড কৰে ; তেন্তে ত্রিভুজটো সমদ্বিবাহুক ।

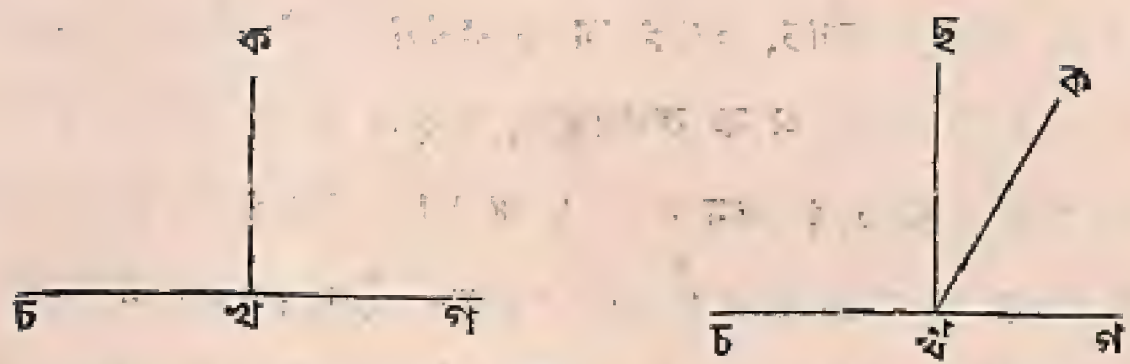
\therefore খঘ = গঘ ; \therefore খঘ + কঘ = গঘ + কঘ ; \therefore কঘখ কোণ = কঘগ কোণ ; \therefore কখ = কগ (৪ প্র) ; \therefore কখঘ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (২৪ সং) ।

১৩ প্রতিজ্ঞা উপপাদ্য ।

আকৃতি দুই বিধ ।

এটা সবল বেখা আন এটা সবল বেখা সৈতে সংলগ্ন হৈ, একেফালে যি দুই কোণ কৰে, সিহঁত প্রত্যেকে এক সমকোণ হ'ব, নাইবা দুয়ো মিলি দুই সমকোণৰ সমান হ'ব ।

কখ সবল বেখা গচ সবল বেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ, একেফালে, কখগ আৰু কখচ, এই দুই কোণ কৰিছে, সিহঁত গোটে একোটা সমকোণ হ'ব, নাইবা দুয়ো মিলি দুই সমকোণৰ সমান হ'ব ।



কাৰণ, কখগ কোণ যদি কখচ কোণৰ সমান ; তেন্তে সিহঁত গোটে একোটো সমকোণ (১০ সং)। যদি সমান নহয়, তেন্তে কখ, পোণৰ আকৃতিত যি ভাবে থিয় হৈ আছে তেনে ভাবে নাথাকি, লগৰ আকৃতিত থকা ভাবে থাকিব। খ বিন্দুৰ পৰা গচ সবল বেখাৰ ওপৰত খছ লম্ব টানা (১১ প্র)।

এতিয়া, গখছ আৰু চখছ কোণ দুটা প্ৰত্যেকে সমকোণ (১১ সং)। আৰু গখছ গোটাই কোণটো কখগ আৰু কখছ, এই দুই কোণৰ সমান। ছখচ কোণটো সেই সমান সমান কোণে সৈতে যোগ কৰা, অৰ্থাৎ এবাৰ গখছ কোণে সৈতে, এবাৰ কখগ আৰু কখছ এই দুই কোণে সৈতে ; গখছ কোণে সৈতে যোগ কৰিলে গখছ আৰু ছখছ কোণ হয় ; কখগ আৰু কখছ এই দুইয়ো সৈতে যোগ কৰিলে কখগ, কখছ আৰু ছখচ কোণ হয়, এতেকে গখছ আৰু ছখচ কোণ দুটা কখগ, কখছ আৰু ছখচ এই তিনি কোণৰ সমান (২ স্ব) ; আকৌ গোটেই কখচ কোণটো ছখচ আৰু ছখক কোণ দুটাৰ সমান ; পূৰ্বৰ লেখিয়াকৈ কখগ কোণ, এই সমান সমান কোণে সৈতে যোগ কৰা ; যোগ কৰিলে এবাৰ কখচ আৰু কখগ এই দুই

কোণ হয় ; এবাৰ ছখচ, ছখক আৰু কখগ এই তিনি কোণ হয় । এতেকে কখচ আৰু কখগ কোণ দুটা ছখচ, ছখক আৰু কখগ কোণ তিনটাৰ সমান (২ স্ব) । কিন্তু এই তিনি কোণই গখছ আৰু ছখচ এই দুই কোণে সৈতে সমান বুলি ওপৰত প্ৰমাণ কৰা হৈছে । আৰু যি যি বস্তু কোনো এক বস্তুৰ সমান, সেই সেই বস্তু পৰস্পৰ সমান, সুতৰাং গখছ আৰু ছখচ এই দুই কোণ, কখচ আৰু কখগ এই দুই কোণে সৈতে সমান (১ স্ব) ; কিন্তু গখচ আৰু ছখচ কোণ দুটা প্ৰত্যেকে সমকোণ ; এতেকে কখচ আৰু কখগ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান । অতএব, এটা সৰল বেখা আন এটা সৰল বেখা সৈতে ইত্যাদি ।

১৪ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

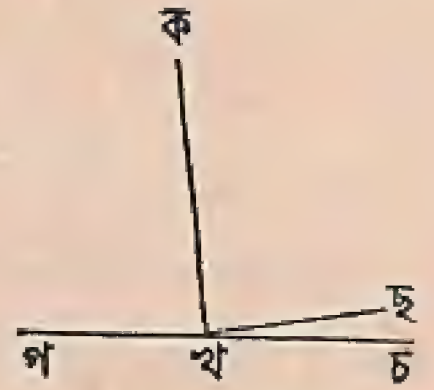
আকৃতি দুই বিধ ।

এটা সৰল বেখাৰ কোনো বিন্দুত তাৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা দুটা সৰল বেখা আহি সন্মিলিত হ'লে যদি দাঁতিৰ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান হয়, তেন্তে সেই দুই সৰল বেখা একে সৰল বেখা হৈ থাকিব, কিম্বা দুয়ো একেটা সৰল বেখা হ'ব ।

কথ সৰল বেখাৰ খ বিন্দুত গখ আৰু চখ দুটা সৰল বেখা বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি মিলিছেহি, আৰু মিলি পেলায়

কখগ কখচ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে। খগ আৰু খচ একে সৰল ৰেখা হৈ থাকিব।

কাৰণ, যদি কোৱা কখ আৰু খচ একে সৰল ৰেখা হৈ নাথাকে, তেন্তে খছ জানিবা খগ সৈতে একে সৰল ৰেখা হৈ আছে; যদি এনে সম্ভৱ হয়, তেনেহ'লে কখ সৰল ৰেখা গখছ সৰল ৰেখাই সৈতে একে ফালে কখগ আৰু কখছ কোণ কৰিছে;



এই দুই কোণ লগলাগি দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্ৰ) ; কিন্তু কখগ আৰু কখচ কোণও দুই সমকোণৰ সমান বুলি কল্পনা কৰা গৈছে। এতেকে কখগ আৰু কখছ কোণ একত্ৰ কখগ আৰু কখচ কোণৰ সমান। এই দুই সমান বস্তুৰ পৰা কখগ কোণ বাদ দিয়া; কিয়নো কখগ, দুইবোৰ সামান্য কোণ। বাদ দিলে বাকী কখচ কোণ বাকী কখছ কোণৰ সমান থাকিব (৩ স্ব) ; কিন্তু সকলো বস্তু ডাঙৰ বস্তুৰ সমান কেতিয়াও হ'ব নোৱাৰে। এতেকে খগ সৈতে খছ একে সৰল ৰেখাই থকা নাই। সেই মতে, প্ৰমাণ কৰা যায় যে, খচ বাজে আন কোনো ৰেখা খগ সৰল ৰেখাৰ লগত একে সৰল ৰেখা হৈ থাকিব নোৱাৰে। সুতৰাং খগ আৰু খচ একে ৰেখা হৈ আছে। অথবা কগ আৰু খচ একেটা সৰল ৰেখাহে। অতএব এটা সৰল ৰেখাৰ কোনো বিন্দুত ইত্যাদি।

(ক) “তাৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা” এনে বোলাৰ কাৰণ

এই যে, দুটা ভিন্ন সবল রেখা সেই বিন্দুত সম্মিলিত হৈ দাঁতিব কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিব পাৰে, কিন্তু তেতিয়া সিহঁত একে সবল রেখা হৈ থাকিব নহয়।

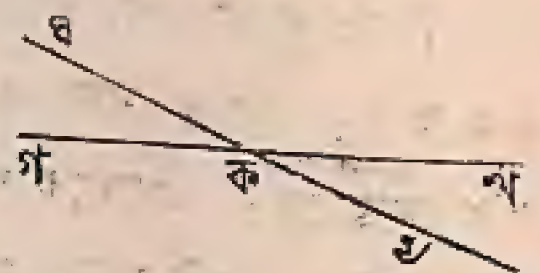
১৫ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

দুই সবল রেখা পৰস্পৰ কটাকটি কৰিলে, ছেদ বিন্দুত মূৰামূৰি হৈ থকা কোণবোৰ পৰস্পৰ সমান হ'ব।

কথ আৰু ঘঙ দুটা সবল রেখা ; দুয়ো ক বিন্দুত কটাকটি কৰিছে ; এতিয়া গকঘ কোণ খকঙ কোণৰ আৰু গকঙ কোণ খকঘ কোণৰ সমান হ'ব।

কাৰণ, কগ সবল রেখা ঘকঙ সবল রেখাই সৈতে লগলাগি একে ফালৰ গকঘ আৰু গকঙ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে, (১৩ প্র)।

সেইদৰে কঙ সবল রেখা খকগ সবল রেখাই সৈতে সংযুক্ত হৈ গকঙ আৰু খকঙ কোণ দুটাক




দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে, (১৩ প্র) ; এতেকে গকঘ আৰু গকঙ কোণ, একত্ৰ গকঙ আৰু গকঘ কোণৰ সমান। এই সমান সমান বস্তুৰ পৰা গকঙ সামান্য কোণ বাদ দিয়া ; সুতৰাং বাকী গকঘ কোণ বাকী খকঙ কোণৰ সমান ; (৩ স্ব) ; আকৌ, কঙ সবল রেখা খকগ সবল রেখাই সৈতে

লগলাগি গ ক ঙ আৰু খ ক ঙ কোণ দুটাক একত্ৰ দুই সম-
কোণৰ সমান অকিছে (১৩ প্ৰ)। সেই মতে, ক খ সবল বেখা
ঘ ক ঙ সবল বেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ খ ক ঘ আৰু খ ক ঙ
কোণ দুটাকো দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে (১৩ প্ৰ)। সুতৰাং
গ ক ঙ আৰু খ ক ঙ কোণ, একত্ৰ খ ক ঘ আৰু খ ক ঙ
কোণৰ সমান ; এই দুই সমান বস্তুৰ পৰা খ ক ঙ সামান্য কোণ
বাদ কাটিলে বাঁকী গ ক ঙ আৰু খ ক ঘ কোণ সমান থাকে
(৩ স্ব)। গ ক ঘ আৰু খ ক ঙ কোণ পৰস্পৰ সমান যে,
পূৰ্বে প্ৰমাণ হৈছে। অতএব, দুই সবল বেখা, ইত্যাদি।

১ম অনুমান।

এই প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা স্পষ্ট বুজা যায় যে, দুটা সবল বেখা
কোনো বিন্দুত পৰস্পৰ কটাকটি কৰিলে, সেই বিন্দুত যিবোৰ
কোণ উৎপন্ন হয়, সেই আটাইবোৰ কোণ চাৰি সমকোণৰ
সমান।

কখ  ক গ ঘ সবল বেখা ঙ বিন্দুত কটাকটি কৰি কঙঘ,
খঙঘ, খঙগ, কঙগ আৰু কোণ উৎপন্ন কৰিছে, এই আটাইবোৰ
কোণ চাৰি সমকোণৰ সমান।

কাৰণ, কঙ সবল বেখা গ ঘ সবল বেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ
কঙগ আৰু কঙঘ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে
(১৩ প্ৰ)। সেই মতে, খঙ আৰু গ ঘ সবল বেখা সংলগ্ন
হৈ খঙগ আৰু খঙঘ কোণকো দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে

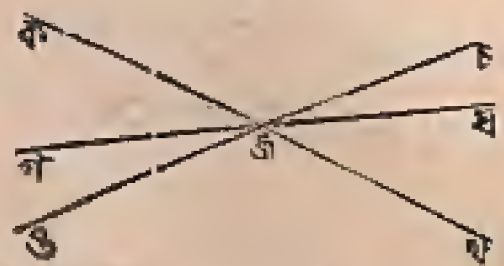
(১৩ প্র) । সুতৰাং কঙঘ, খঙঘ আৰু খঙগ, কঙগ এই আটাই কেইটা কোণ চাৰি সমকোণৰ সমান ।



২য় অনুমান ।

কোনো এক বিন্দুত যিমান কি সৰল ৰেখা পৰস্পৰ কটাকটি কৰি যিমান কি কোণ কৰোক, সেই সেই আটাইবিলাক কোণ চাইটা সমকোণৰ হৈ সমান ।

কখ, গঘ আৰু গুচ এই তিনিটা সৰল ৰেখা জ বিন্দুতে কটাকটি কৰি কজগ, গজঙ, খজঙ, খজঘ, ঘজচ আৰু কজচ এইবোৰ কোণ কৰিছে ; এতেকে, এই আটাইবোৰ কোণ চাৰি সমকোণৰ হৈ সমান ।



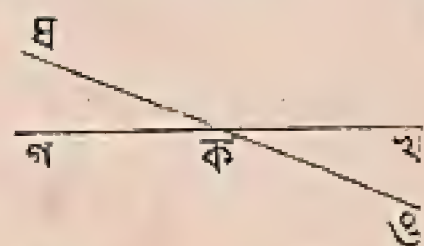
কাৰণ, কজ সৰল ৰেখা গজঘ সৰল ৰেখাই সৈতে সংলগ্ন হৈ কজগ আৰু কজঘ কোণ কৰিছে ; এতেকে, সিহঁত দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্র) । আকৌ, খজ সৰল ৰেখা গজঘ সৰল ৰেখাই সৈতে সংযুক্ত হৈ গজখ আৰু খজঘ কোণক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে । (১৩ প্র) । সুতৰাং সেই আটাইবিলাক কোণ চাৰি সমকোণৰ সমান ।

১৫ প্রতিজ্ঞাৰ বিপৰীত প্রতিজ্ঞা ।

চাইটা সবল বেখা কোনো এক বিন্দুত সংযুক্ত হ'লে যদি মূৰামূৰি হৈ থকা কোণবিলাক পৰস্পৰ সমান হয়, তেন্তে সেই বিন্দুৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি সম্মিলিত হোৱা বেখাবোৰ একে সবল বেখা হৈ থাকিব ।

কখ, কঙ, কগ আৰু কঘ এই চাইটা সবল বেখা ক বিন্দুত মিলি পেলায় মূৰামূৰি হৈ থকা গকঘ কোণ খকঙ কোণে সৈতে আৰু খকঘ কোণ গকঙ কোণে সৈতে সমান কৰিছে ; এতেকে কঘ সবল বেখা কঙ সবল বেখা সৈতে আৰু কগ সবল বেখা কখ সবল বেখা সৈতে একে বেখা হৈ থাকিব ।

কাৰণ গকঘ কোণ খকঙ কোণৰ আৰু খকঘ কোণ গকঙ কোণৰ সমান (কল্পনা) । এতেকে গকঘ আৰু গকঙ কোণ একত্ৰ খকঙ আৰু খকঘ বা গকঙ কোণৰ সমান । ∴ গকঘ আৰু গকঙ



কোণ দুটা একত্ৰ দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্ৰ) আৰু সিহঁতক কঘ আৰু কঙ সবল বেখা দুটা, বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি গক বেখাৰ ক বিন্দুত কৰিছে ; এতেকে কঘ আৰু কঙ একে সবল বেখা হৈ আছে (১৪ প্ৰ) সেই লেখিয়া, গকঙ আৰু খকঙ কোণ দুটাক কগ আৰু কখ সবল বেখা, বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি, কঙ বেখাৰ ক বিন্দুত কৰিছে ; আৰু সিহঁত দুই সমকোণৰ সমান, এতেকে, কগ আৰু কখ

একে সবল বেখাইহে আছে। অতএব, চাইটা সবল বেখা ইত্যাদি।

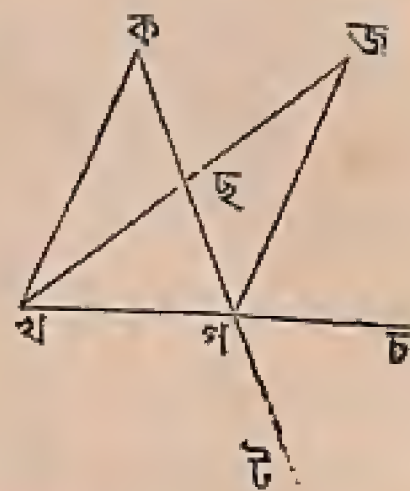
১৬ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

কোনো ত্রিভুজের এক ভূজ বৃদ্ধি করিলে বহিঃস্থ কোণ ভিতরের দূর্বস্থ প্রতি কোণতকৈ ডাঙ্গর হ'ব।

কখগ এটা ত্রিভুজ। তার খগ ভূজ চ লৈ বঢ়াই দিয়া। ইয়াত কগচ বহিঃস্থ কোণ, আক গকখ, কখগ কোণ দুটা ভিতরের দূর্বৈত থকা কোণ। এতিয়া কগচ বহিঃস্থ কোণ, গকখ আক কখগ ভিতরের দূর্বস্থ প্রতি কোণতকৈ ডাঙ্গর হ'ব।

কগ সবল বেখাক ছ
বিন্দুত সমানে দুই খণ্ড করা
(১০ প্র) ছখ লগাই দিয়া;
আক খছ, জ বঢ়াই দি ভজ
তার সমান করি কাটি লোরা
(৩ প্র) জ আক গ সংলগ্ন করা।



এতিয়া, কছ আক ছগ সবল বেখা খছ আক ছজ সবল বেখা পরস্পর সমান (ক্রিয়া) ; কখছ ত্রিভুজের কছ আক খছ ভূজ ক্রমে জগছ ত্রিভুজের গছ আক ছজ ভূজে সৈতে সমান,

আক কখখ কোণ গছজ কোণৰ সমান (১৫ প্র)। সূতবাং
 কখ ভূমি জগ ভূমিৰ সমান (৪ প্র) ; কখছ আক জগছ
 ত্ৰিভুজ দুটাও সমান আক সিহঁতৰ সমান সমান ভুজৰ সম্মুখস্থ
 ছকখ বা গকখ বাকী কোণ জগছ বা জগক বাকী কোণৰ
 সমান। কিন্তু কগচ কোণ জগক কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (৯ স্ব)
 সূতবাং কগচ কোণ গকখ কোণতকৈও ডাঙ্গৰ। এই দৰে, খগ
 ভুজক দুই খণ্ড কৰি আক কগ ভুজ ট লৈ বঢ়াই দি, খগট
 কোণ যে কখগ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ, তাক প্ৰমাণ কৰা যায় ;
 কিন্তু খগট আক কগচ কোণ পৰস্পৰ সমান (১৫ প্র) ;
 এতেকে, কগচ কোণ, কখগ কোণতকৈও ডাঙ্গৰ। অতএব,
 কোনো, ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ সমকোণ বা বৃহৎ কোণ হ'লে
 বাকী দুই কোণ প্ৰত্যেকে সূক্ষ্মকোণ হ'ব।

—য ত্ৰিভুজৰ কখগ সমকোণ ; গখ ভুজ ঘ লৈ বঢ়াই
 দিয়া :

\therefore কখঘ কোণ = কখগ কোণ (১১ স্ব)। \therefore খকগ
 কোণ, কখঘ কোণতকৈ সৰু (১৬) \therefore খকগ কোণ কখগ
 কোণতকৈ সৰু। সেই কাৰণে, খকগ কোণ কখগ কোণতকৈ
 সৰু। কিন্তু কখগ কোণ = ১ সমকোণ ; \therefore খকগ বা খগক
 কোণ, ১ সমকোণতকৈ সৰু।

কখগ ত্ৰিভুজ কখঘ বৃহৎ কোণ ; গখ, ভুজ ঘ লৈ বঢ়াই দি
 কঙ তাৰ ওপৰত লম্ব টানা (১১ প্র)। \therefore কঙঘ কোণ =

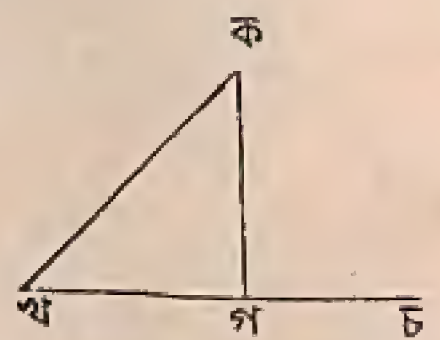
কঙগ কোণ (১০ সং) ; \therefore কখঙ বা কখঘ কোণ, খকগ বা কগখ কোণতকৈ ডাঙ্গর। (১৬ প্র) ; আকৌ কঙঘ কোণ, কখগ বা কখঘ কোণতকৈ ডাঙ্গর (১৬ প্র)। \therefore কঙঘ কোণ, খকগ বা খগক কোণতকৈ ডাঙ্গর ; কিন্তু কঙঘ কোণ ১ সমকোণ : \therefore খকগ বা খগক কোণ ১ সমকোণতকৈ সৰু।

১৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

কোনো ত্রিভুজের যি দুই কোণ হওক, একত্র যোগে দুই সমকোণতকৈ সৰু।

কখগ এটা ত্রিভুজ। তার যি দুই কোণ ধরা, একত্রে দুই সমকোণতকৈ সৰু হ'ব। খগ ভূজ চ লৈ বঢ়াই দিয়া।



এতিয়া, কখগ ত্রিভুজের কগচ বহিঃস্থ কোণ ; খকগ ভিতরের দুই কোণ থকা কোণতকৈ ডাঙ্গর (২৬ প্র) ; এই অসমান বস্তু দুটাব লগত কগখ কোণ যোগ করা ; এতেকে কগচ আক "কগখ কোণ খকগ আক কগখ কোণতকৈ ডাঙ্গর ; কিন্তু কগচ আক কগখ কোণ, দুটা, দুই সমকোণের

সমান (১৩ প্র); সুতবাং খকগ আৰু কগখ কোণ দুটা
 দুই সমকোণতকৈ সৰু। সেই দৰে কখগ, খগক কোণ
 একত্ৰ আৰু গকখ, কখগ কোণ একত্ৰ যে, দুই সমকোণৰ
 সৰু তাকো প্ৰমাণ কৰা যায়। গতএৰ কোনো ত্ৰিভুজৰ
 ইত্যাদি।

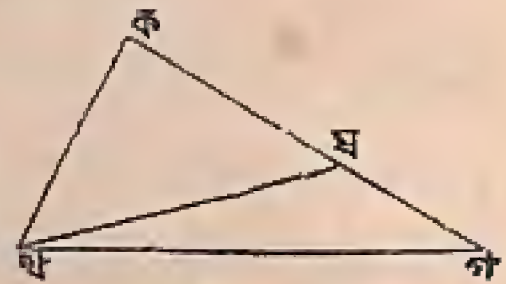
(ক) ১৭ প্ৰতিজ্ঞাটো ১২ স্বতঃসিদ্ধৰ বিপৰীত।
 কিয়নো, ১২ স্বতঃসিদ্ধত লেখে যে, এটা সৰল ৰেখা আন
 দুটা সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰিলে একে ফালে থকা ভিতৰৰ
 কোণ দুটা যদি দুই সমকোণতকৈ সৰু হয়, তেন্তে সেই
 সৰল ৰেখা দুটা বঢ়ালে যি ফালৰ ভিতৰৰ কোণ দুই
 সমকোণতকৈ সৰু, সেই ফালে মিল হ'ব। আৰু ১৭
 প্ৰতিজ্ঞাৰ সূত্ৰত কোৱা যাব পাৰে যে, যদি এটা সৰল ৰেখা
 আন দুটা সৰল ৰেখাই সৈতে কোনো দুই বিন্দুত সন্মিলিত
 হয়, অথবা সিহঁতৰ ওপৰত পৰে আৰু সেই সৰল ৰেখা
 দুটা যদি কোনো এক বিন্দুত মিলে গৈ; তেনেহলে, সেই
 সৰল ৰেখাটো এই দুই সৰল ৰেখাই সৈতে মিলিহে একে
 ফালে যি যি কোণ কৰে, সিহঁত দুই সমকোণতকৈ সৰু
 হ'ব। ফলে এই কথাই; কিয়নো, ১৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত
 কগ সৰল ৰেখা কখ আৰু খগ সৰল ৰেখাই সৈতে ক আৰু
 গ বিন্দুত মিলিছে; সিহঁত দুয়ো আকৌ খ বিন্দুৰ মিল
 হৈছে গৈ।

১৮- প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি ৩ বিধ ।

ত্রিভুজৰ দুটা ভুজৰ মাজত যিটো ডাঙ্গৰ, তাৰ সম্মুখৰ কোণটো সৰু ভুজৰ সম্মুখৰ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব ।

কথগ এটা ত্রিভুজ । তাৰ কগ ভুজ কথ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ । এতিয়া কগ ভুজৰ সম্মুখৰ কথগ কোণটো কথ ভুজৰ সম্মুখৰ কগখ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব ।



কথ ভুজৰ সমান কৰি কগ ভুজৰ পৰা কঘ কাটি লোৱা (৩ প্র) ; খ আৰু ঘ লগাই দিয়া ।

এতিয়া, খগঘ এটা ত্রিভুজ ; তাৰ গঘ ভুজ ক লৈ বঢ়োৱা আছে, আৰু কঘখ তাৰ বহিঃস্থ কোণ ; এতেকে কঘখ বহিঃস্থ কোণ খগঘ দূৰস্থ ভিতৰৰ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (১৬ প্র) । কিন্তু কঘখ কোণ কখঘ কোণৰ সমান, যে হেতুক কখঘ এটা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ (৫ প্র) ; সুতৰাং কখঘ কোণও খগঘ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ ; এতেকে কথগ কোণ খগঘ বা কগখ কোণতকৈ অতি ডাঙ্গৰ । অতএব ত্রিভুজৰ দুটা ভুজৰ মাজত, ইত্যাদি ।

সৰু ভুজটো বঢ়াই দি পেলায়, ডাঙ্গৰ ভুজৰ সমান কৰি লইও প্রতিজ্ঞা প্রমাণ কৰিব পাৰি ।

কথ সক ভুজটো বঢ়াই দি কথ, কগ ভুজৰ সমান কৰি
লোৱা (৫ প্র)। গ আৰু ঘ লগাই দিয়া।

\therefore কঘ = কগ (ক্ৰিয়া) \therefore কঘগ কোণ = কগঘ কোণ
(৫ প্র)। কিন্তু কখগ কোণ কঘগ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ
(১৬ প্র) ; \therefore কখগ কোণ কগঘ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ ;
 \therefore কখগ কোণ কগথ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ।

১৯ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

ত্রিভুজৰ দুটা কোণৰ মাজত যিটো ডাঙ্গৰ তাৰ সম্মুখৰ
ভুজ, সক কোণটোৰ সম্মুখৰ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

কখগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ কখগ কোণ, কগথ কোণতকৈ
ডাঙ্গৰ ; এতেকে, কখগ কোণৰ সম্মুখৰ কগ ভুজ, কগথ কোণৰ
সম্মুখৰ কথ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

কাৰণ, যদি কগ ভুজ কথ ভুজ-
তকৈ ডাঙ্গৰ নহয় বুলি কোৱা,
তেনেহলে, কগ ভুজ কথ ভুজৰ
সমান হ'ব ; নাইবা তাতকৈ সক



হ'ব ; কিন্তু কগ ভুজ কথ ভুজৰ সমান নহয় ; কিয়নো, তেনে
হোৱা হ'লে, কখগ কোণ, কগথ কোণৰ সমান হ'লহেতেন ;
কিন্তু কখগ কোণ কগথ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (কল্পনা) ;

এতেকে, কগ ভূজ কখ ভূজৰ সমান নহয়। আক কগ ভূজ
কখ ভূজতকৈ সকণ্ড নহয়, কাৰণ, সক হোৱা হলে কখগ
কোণ কগখ কোণতকৈ সক হ'লহেতেন (১৮ প্ৰ) ; কিন্তু
সক নহয় (কল্পনা) এতেকে, কগ ভূজ, কখ ভূজতকৈ সক
নহয় ; পূৰ্বে দেখুৱা হৈছে যে, কগ ভূজ কখ ভূজৰ সমান
নহয় ; সুতৰাং, কগ ভূজ কখ ভূজতকৈ ডাঙ্গৰ। অতএব
ত্ৰিভূজৰ দুটা কোণৰ মাজত ইত্যাদি।

২০ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

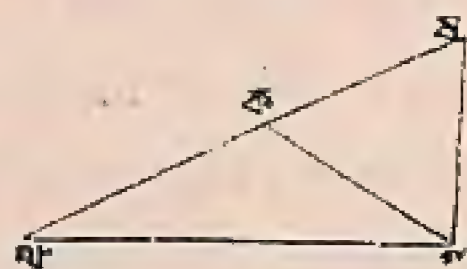
আকৃতি ৩ বিধ।

ত্ৰিভূজৰ দুই ভূজ একত্ৰ যোগে তৃতীয় ভূজতকৈ
ডাঙ্গৰ।

কখগ এটা ত্ৰিভূজ। তাৰ যি দুই ভূজ ধৰা একত্ৰে তৃতীয়
ভূজতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব। অৰ্থাৎ কখ আক কগ, খগ ভূজতকৈ,
কগ আক গক, কখ ভূজতকৈ কখ আক খগ, কগ ভূজতকৈ
ডাঙ্গৰ হ'ব।

খক ভূজ ঘ লৈ বঢ়াই দিয়া ; আক কগ ভূজৰ সমান কৰি
কঘ কাটি লোৱা (৩ প্ৰ), গ আক ঘ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কগ আৰু কঘ বেখা পৰস্পৰ সমান (ক্ৰিয়া) :
 এতেকে, কগঘ কোণ কঘগ কোণৰ সমান (৫ প্র) । কিন্তু
 খগঘ কোণ কগঘ কোণতকৈ
 ডাঙ্গৰ (৯ স্ব) ; সুতৰাং
 খগঘ কোণ কঘগ কোণতকৈও
 ডাঙ্গৰ । আকৌ, খঘগ এটা



ত্ৰিভুজ ; তাৰ খগঘ কোণ, খঘগ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ ; আৰু
 ডাঙ্গৰ কোণৰ সম্মুখৰ ভূজ, সৰু কোণৰ সম্মুখৰ ভূজতকৈ
 ডাঙ্গৰ ; এতেকে, খঘ ভূজ, কগ ভূজতকৈ ডাঙ্গৰ (১৭ প্র) ।
 কিন্তু খঘ ভূজ কখ আৰু কগ ভূজ দুটাৰ সমান ; সুতৰাং কখ
 আৰু কগ ভূজ, খগ ভূজতকৈ ডাঙ্গৰ । এই দৰে, অবশিষ্ট কখ
 আৰু খগ ভূজ, কগ ভূজতকৈ, কগ, আৰু খগ ভূজ, কখ
 ভূজতকৈ ডাঙ্গৰ প্রমাণ হয় । অতএব, ত্ৰিভুজৰ দুই ভূজ
 ইত্যাদি ।

(ক) এই প্ৰতিজ্ঞাৰ সাহায্যেৰে প্ৰমাণ কৰিব পাৰিব
 যে, কোনো ত্ৰিভুজৰ দুই ভূজৰ অন্তৰ, তৃতীয় ভূজতকৈ ন্যূন ।
 কখগ এটা ত্ৰিভুজ ; তাৰ কখ ভূজ যেন, কগ ভূজতকৈ
 ডাঙ্গৰ । কগ ভূজৰ সমান কৰি কঘ কাটি লোৱা ; গ আৰু
 ঘ লগাই দিয়া ।

এতিয়া, কখ ভূজৰ পৰা, কগ ভূজৰ সমান অংশ কঘ বাদ
 কাটিলে বাকী খঘ থাকে ; এই খঘ বেখা খগ ভূজতকৈ
 ন্যূন হ'ব ।

∴ কঘ=কগ আক কখ, কগ+খগ তকৈ সক
(২০ প্র)। ∴ কখ—কঘ, কগ+খগ—কগ তকৈ সক,
অর্থাৎ খঘ, খগ তকৈ সক (৫ স্ব)।

(খ) কখ আক কগ সবল বেখাৰ ক মূৰবিন্দু খগ সবল
বেখাৰ যিমান কি ওচৰত নাখাওক কিয়, সিহঁত ছয়ো, তাতকৈ
ডাঙ্গৰ হ'বই হ'ব। অথবা যিমান কি দূৰৈ হওক, দুটা বিন্দু
লই সবল বেখা টানিলে সেই দূৰতা সকল দূৰতাতকৈ
ন্যূন।

২১ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

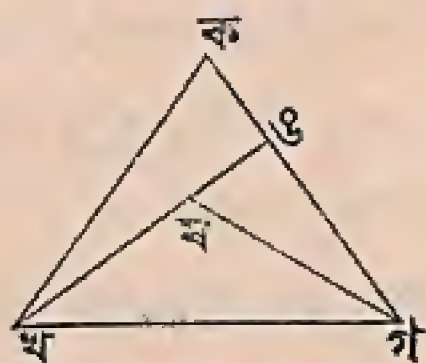
আকৃতি ৩ বিধ।

ত্রিভুজৰ কোনো এক ভূজৰ দুই মূৰৰ পৰা, যদি তাৰ
অন্তৰস্থ কোনো বিন্দুলৈ, দুটা সবল বেখা টানা যায়, তেন্তে
এই দুই সবল বেখা একত্রে ত্রিভুজৰ আন দুই ভূজতকৈ সক
হ'ব; কিন্তু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী কোণ, ভূজ দুটাৰ মধ্যবৰ্তী
কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

কখগ এটা ত্রিভুজ। খগ ভূজৰ খ আক গ মূৰৰ পৰা,
তাৰ অন্তৰস্থ ঘ বিন্দু লৈ খঘ আক গঘ দুটা সবল বেখা টানা।
এই দুই সবল বেখা একত্রে, কখ আক কগ ভূজ দুটাতকৈ সক
হ'ব; কিন্তু খঘগ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

খঘ বঢ়াই দিয়া ; আৰু খঘ বাঢ়ি যাই, কগ ভূজৰ ও
বিন্দুত মিলক গৈ।

এতিয়া, কখও এটা ত্ৰিভুজ ;
তাৰ কখ আৰু কঙ ভূজ, খঙ
ভূজতকৈ ডাঙ্গৰ (২০ প্র) এই
দুই অসমান বস্তুৰ লগত ওগ



যোগ কৰা ; এতেকে, কখ আৰু কগ একত্ৰ, খঙ আৰু গঙ এই
দুটাতকৈ ডাঙ্গৰ (৪ স্ব)। আকৌ গঘঙ এটা ত্ৰিভুজ, তাৰ
গঙ আৰু ঘঙ ভূজ, গঘ ভূজতকৈ ডাঙ্গৰ (২০ প্র) এই দুই
অসমান বস্তুৰ লগত খঘ যোগ দিয়া ; এতেকে খঙ আৰু গঙ
একত্ৰ, গঘ আৰু খঘ এই দুটাতকৈ ডাঙ্গৰ (৪ স্ব)। কিন্তু
কখ আৰু কগ এই দুটা খঙ আৰু গঙ এই দুটাতকৈ ডাঙ্গৰ
বুলি ওপৰত প্ৰমাণ হৈছে ; এতেকে, কখ আৰু কগ এই দুটা
খঘ আৰু গঘ এই দুটাতকৈ অতি ডাঙ্গৰ।

আকৌ গঘচ ত্ৰিভুজ ; তাৰ ওঘ ভূজ খ লৈ বঢ়োৱা আছে,
এতেকে, খঘগ বহিঃস্থ কোণ গঙখ দূৰস্থ ভিতৰৰ কোণতকৈ
ডাঙ্গৰ (১৬ প্র) ; সেই লেখিয়া কখঙ এটা ত্ৰিভুজ ; তাৰ
কঙ ভূজ গ লৈ বঢ়োৱা আছে, এতেকে খঙগ বহিঃস্থ কোণ,
খকগ দূৰস্থ ভিতৰৰ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ, (১৬ প্র) ; কিন্তু খঘগ
কোণ, খঙগ কোণতকৈ যে ডাঙ্গৰ তাক আগৈয়ে দেখুৱা
গৈছে ; এতেকে খঘগ কোণ খকগ কোণতকৈ অতি ডাঙ্গৰ।
অতএব ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) কোনো ত্রিভুজৰ কোণ তিনিটালৈ, তাৰ অন্তৰস্থ কোনো বিন্দুৰ পৰা, সবল বেখা টানিলে, ত্রিভুজৰ ভূজ তিনিটা, সবল বেখা তিনিটাতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব; কিন্তু ভূজ তিনিটাৰ অৰ্দ্ধ, সবল বেখা তিনিটাতকৈ সৰু হ'ব।

কথগ ত্রিভুজৰ কোণ তিনিটালৈ, তাৰ অন্তৰস্থ য বিন্দুৰ পৰা কঘ, খঘ আৰু গঘ, এই তিনিটা সবল বেখা টানা।

∴ কথ + কগ, খঘ + গঘ তকৈ ডাঙ্গৰ (২১ প্র), আকৌ কথ + খগ, কঘ + গঘ তকৈ ডাঙ্গৰ (২১ প্র); আকৌ কগ + খগ, কঘ + খঘ তকৈ ডাঙ্গৰ (২১ প্র)।

∴ ২ কথ + ২ কগ + ২ খগ, ২ কঘ + ২ খঘ + ২ গঘ তকৈ ডাঙ্গৰ, ∴ কথ + কগ + খগ, কঘ + খঘ + গঘ তকৈ ডাঙ্গৰ (৫ স্ব)।

∴ কথ, কঘ + খঘ তকৈ সৰু (২০ প্র)। আকৌ কগ, কঘ + গঘ তকৈ সৰু (২০ প্র)। আকৌ, খগ, খঘ + গঘ তকৈ সৰু (২০ প্র) ∴ কথ + কগ + খগ, ২ কঘ + ২ খঘ + ২ গঘ তকৈ সৰু; ∴ ৩ কথ + ৩ কগ + ৩ খগ, কঘ + খঘ + গঘ তকৈ সৰু (৫ স্ব)।

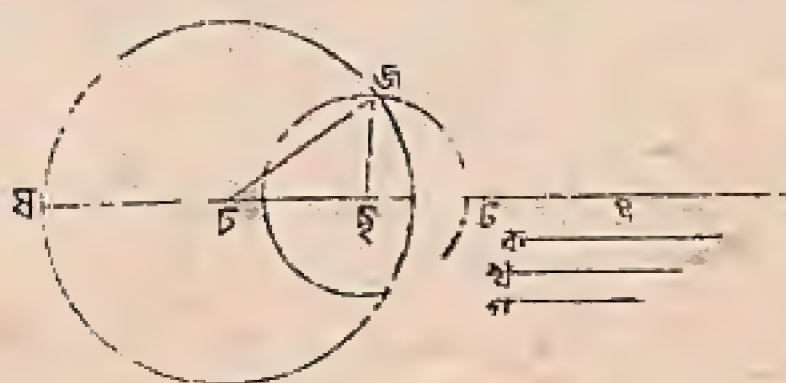
২২ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি ২ বিধ ।

এনে এটা ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰিব লাগিব, যে তাৰ ভূজ তিনিটা যেন তিনিটা নিকপিত সবল বেখাৰ সমান হয় ; কিন্তু সেই সবল বেখা তিনিটাৰ যি দুটা একত্ৰ ধৰা, তৃতীয়টোতকৈ যেন ডাঙ্গৰ হয় ।

ক, খ আৰু গ তিনিটা সবল বেখা । সিহঁতৰ যি দুটা একত্ৰ লোৱা তৃতীয়টোতকৈ ডাঙ্গৰ, অৰ্থাৎ ক, খ একত্ৰে গ বেখাতকৈ, ক, গ একত্ৰে খ বেখাতকৈ খ, গ একত্ৰে ক বেখাতকৈ ডাঙ্গৰ ।

এতিয়া, এনে এটা ত্ৰিভুজ সাজিব লাগিব যেন, তাৰ ভূজ তিনিটা ক, খ, গ এই বেখা তিনিটাৰ সমান হয় ।



ঘঙ নামে এটা সবল বেখা টানা । এই বেখাটো যি বিন্দুৰ পোনে সীমাবান অৰ্থাৎ সেই পোনে বাঢ়িব নোৱাৰে, কিন্তু ঙ বিন্দুৰ পোনে অসীম অৰ্থাৎ এই পোনে যিমান বঢ়োৱা সিমান বাঢ়িব ।

ক বেখাৰ সমান কৰি ঘচ, খ বেখাৰ সমান কৰি চছ, আৰু
গ বেখাৰ সমান কৰি ছট, কাটি লোৱা (৩ প্র) ; চ বিন্দু
কেন্দ্ৰ কৰি চঘ ব্যাসাৰ্দ্ধ লই, ঘজৰ নামে বৃত্ত আঁকা (৩ স্বী) ।
আকৌ ছ বিন্দু কেন্দ্ৰ কৰি, ছট ব্যাসাৰ্দ্ধ লই, টজৰ বৃত্ত আঁকা
(৩ স্বী) ; জ বিন্দুত, ছয়ো বৃত্ত কটাকটি কৰিছে । চ, জ
আৰু ছ, জ সংলগ্ন কৰা । এতিয়া, চছজ ত্ৰিভুজৰ ভুজ তিনিটা
ক, খ, গ সবল বেখা তিনিটাৰ সমান হ'ব ।

কাৰণ, চ বিন্দু ঘজৰ বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ, এতেকে চঘ আৰু চজ
সমান (১৫ সং) । কিন্তু চঘ, ক সৈতে সমান (ক্ৰিয়া) ।
সুতৰাং চজ, ক সৈতে সমান । আকৌ, ছ বিন্দু টজৰ বৃত্তৰ
কেন্দ্ৰ এতেকে ছট আৰু ছজ সমান (১৫ সং) । কিন্তু ছট,
গ সৈতে সমান (ক্ৰিয়া) ; সুতৰাং ছজ, গ সৈতে সমান ।
আৰু চছ, খ সৈতে সমান কৰি লোৱা হৈছে ; এতেকে চজ,
চছ আৰু ছজ তিনিটা ভুজ, ক্ৰমে ক, খ, গ এই তিনিটা সবল
বেখাৰ সমান । এতেকে চছজ এনে এটা ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা
হ'ল, যাৰ তিনি ভুজ ক, খ, গ এই তিনি নিকপিত সবল
বেখাৰ সমান ।

(ক) চ, ঝ আৰু ছ, ঝ বিন্দু সংলগ্ন কৰিলে দ্বিতীয়
আকৃতি হ'ব ।

(খ) গ বেখাতকৈ ক আৰু খ ডাঙৰ ধৰি লোৱাৰ তাৎপৰ্য্য
এই যে, চ কেন্দ্ৰ কৰি অঁকা বৃত্তটো, ছ কেন্দ্ৰ কৰি অঁকা বৃত্তৰ
ভিতৰত সম্পূৰ্ণকৈ নপৰে যেন ; ক বেখাতকৈ খ আৰু গ এই

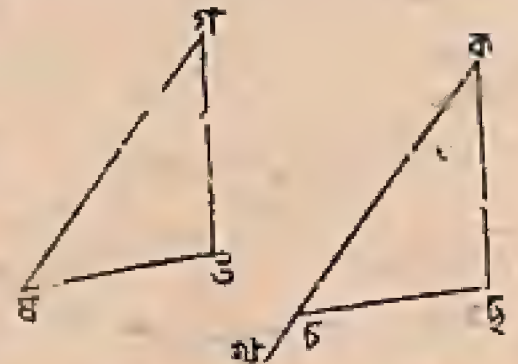
নিমিত্তে ডাঙ্গৰ বুলি লইছে যে, ছ কেন্দ্ৰ কৰি অঁকা, বৃত্তটো চ কেন্দ্ৰ কৰি অঁকা বৃত্তৰ ভিতৰত সম্পূৰ্ণ কৈ নপৰিব। আৰু খ বেখাতকৈ ক আৰু গ ডাঙ্গৰ ধৰি যে ল'লে, তাৰ অতিপ্ৰায় দুয়ো বৃত্ত যেন সম্পূৰ্ণ কৈ দুইবোৰ বাহিৰ হৈ নপৰে। কিয়নো তেনে দৰৰ আকৃতি হ'লে প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ নহ'ব।

২৩ প্ৰতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

এটা নিকপিত সৰল বেখাত কোনো নিকপিত বিন্দুত, এটা নিকপিত সৰল, বৈখিক কোণৰ সমান কৰি, এটা কোণ সাজিব লাগিব।

কথ এটা নিকপিত সৰল বেখা, ক, তাৰ নিকপিত বিন্দু আৰু ঘগঙ, নিকপিত সৰল বৈখিক কোণ। এতিয়া, কথ সৰল বেখাৰ ক বিন্দুত ঘগঙ সৰল বৈখিক কোণৰ সমান কৰি এটা কোণ সাজিব লাগিব।

গঘ আৰু গঙ সৰল বেখাত ঘ আৰু ঙ দুটা বিন্দু লই দুইকো সংলগ্ন কৰা (১ স্থী) কথ সৰল বেখাৰ ওপৰত কচছ নামে এটা



ত্ৰিভুজ এনেদৰে সাজা যেন তাৰ কচ, চছ আৰু কছ ভুজ তিনিটা ক্ৰমে গঘ, ঘঙ, গঙ সৰল বেখা তিনিটাৰ সমান হয়,

অর্থাৎ কচ, গঘ সৈতে, চছ, ঘঙ সৈতে আৰু কছ, গঙ সৈতে (২২ প্র)।

এতিয়া, কচছ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ কচ আৰু কছ ভুজ
প্রত্যেকে গঘঙ ত্ৰিভুজৰ গঘ আৰু গঙ ভুজৰ সমান; আৰু
চছ ভূমি ঘঙ ভূমিৰ সমান। এতেকে, চকছ কোণ ঘগঙ
কোণৰ সমান (৮ প্র)। অতএব, কথ নিকপিত বেখাৰ ক
নিকপিত বিন্দুত ঘগঙ সবল বৈখিক কোণৰ সমান চকছ
কোণ সজা হ'ল।

২৪ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

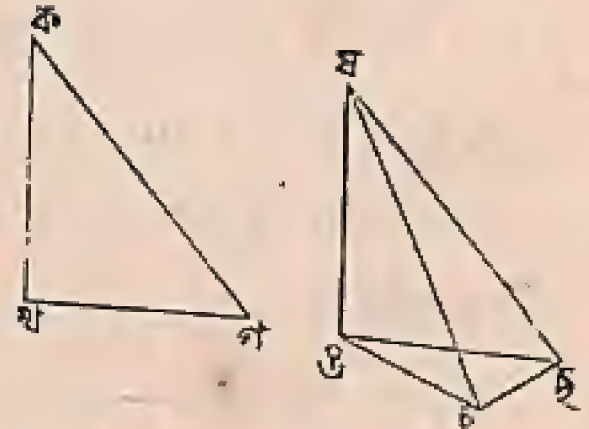
প্রমাণ ৩ বিধ।

যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ ক্ৰমে আন এটা ত্ৰিভুজৰ
দুই ভুজে সৈতে সমান হয়, কিন্তু যদি এটাৰ সমান সমান
ভুজৰ মধ্যবৰ্তী কোণ আনটোৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্তী
কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হয়, তেন্তে যি ত্ৰিভুজৰ কোণ ডাঙ্গৰ, তাৰ
ভূমি আন ত্ৰিভুজৰ ভূমিতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

কথগ আৰু ঘঙচ দুটা ত্ৰিভুজ। কথগ ত্ৰিভুজৰ কথ আৰু
কগ ভুজ ক্ৰমে, ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ ঘঙ আৰু ঘচ ভুজৰ সমান,
অর্থাৎ কথ ভুজ ঘঙ ভূজসৈতে, আৰু কগ ভুজ ঘচ ভূজসৈতে

সমান। কিন্তু খকগ কোণ ওঘচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ, এতেকে, খগ ভূমি ওচ ভূমিকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ ঘঙ আৰু ঘচ ভুজ দুটাৰ মাজত ঘঙ জানিবা ঘচ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ নহয়। ঘঙ ভুজৰ ঘ বিন্দুত ঘচ থকা ফালে খকগ কোণৰ সমান কৰি ওঘছ

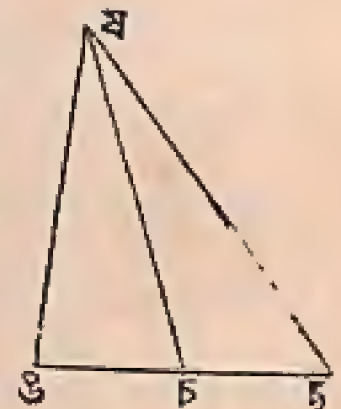
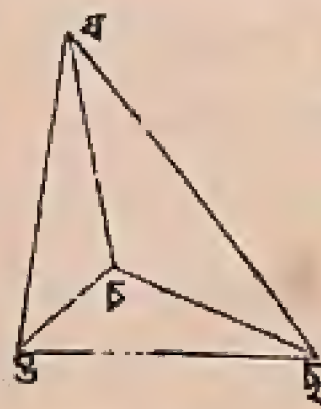


কোণ সাজা (২৩ প্ৰ), আৰু ঘছ বেখাটো ঘচ বা কগ ভুজৰ সমান কৰি লোৱা (৩ প্ৰ)। ও, ছ আৰু চ, ছ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, ঘঙছ ত্ৰিভুজৰ ঘঙ আৰু ঘছ ভুজ ক্ৰমে কখগ ত্ৰিভুজৰ কখ আৰু কগ ভুজৰ সমান; আৰু ওঘছ কোণ খকগ কোণৰ সমান (ক্ৰিয়া); সুতৰাং ওছ ভূমি খগ ভূমিৰ সমান (৪ প্ৰ), আকৌ ঘচছ এটা ত্ৰিভুজ, তাৰ ঘচ আৰু ঘছ ভুজ পৰস্পৰ সমান (ক্ৰিয়া)। এতেকে, ঘছচ কোণ ঘচছ কোণৰ সমান (৫ প্ৰ)। কিন্তু ঘচছ কোণ ওছচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (৯ স্ব); সুতৰাং ঘচছ কোণও ওছচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ। এতেকে, ওচছ কোণ ওছচ কোণতকৈ অতি ডাঙ্গৰ। আকৌ, ওচচ এটা ত্ৰিভুজ, তাৰ ওচছ কোণ ওছচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ, আৰু ডাঙ্গৰ কোণৰ সম্মুখৰ ভুজও ডাঙ্গৰ; এতেকে, ওছ ভুজ ওচ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ (১২ প্ৰ); কিন্তু ওছ আৰু খগ সমান বুলি আগৈ দেখুৱা গৈছে; সুতৰাং খগ ভূমি ওচ ভূমিতকৈ ডাঙ্গৰ। অতএব যদি এটা ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) “যঙ জানিবা ঘচ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ নহয়” এনে ক’ই লোৱাৰ উদ্দেশ্য এই যে, তেনে নক’লে আক দুই বিধ প্ৰমাণ হয় ; যেনে, তলত দিয়া হৈছে ।

১ম আকৃতিক ঘচ ভুজৰ চ বিন্দু ওচ ভুজৰ ওপৰ ফালে পৰিছে ।



প্ৰমাণ । ঘছ + ছঙ,
ঘচ + চঙ তকৈ ডাঙ্গৰ

(২১ প্ৰ) ; কিন্তু ঘচ = ঘছ (ক্ৰিয়া) । \therefore ঘছ + ছঙ – ঘছ,
ঘচ + চঙ – ঘচ তকৈ ডাঙ্গৰ ; অৰ্থাৎ ওছ, ওচ তকৈ ডাঙ্গৰ ।

২য় আকৃতিত ঘচ ভুজৰ চ বিন্দু ওছ ভুজত পৰিছে ।

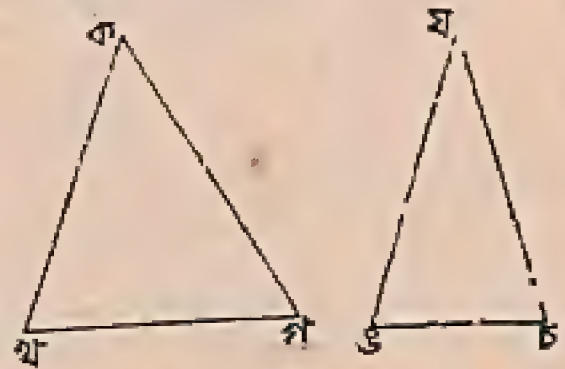
প্ৰমাণ । স্পষ্ট দেখা যায় যে, ওচ, ওছ ভুজৰ সমান এক অংশ, \therefore ওছ, ওচ তকৈ ডাঙ্গৰ (৯ স্ব) ।

২৫ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

যদি দুই ত্ৰিভুজৰ এটাৰ দুই ভুজ ক্ৰমে আনটোৰ দুই ভুজে সৈতে সমান হয়, কিন্তু যদি এটাৰ ভূমি আনটোৰ ভূমিতকৈ ডাঙ্গৰ হয়, তেন্তে যি ত্ৰিভুজৰ ভূমি ডাঙ্গৰ তাৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্তী কোণও আন ত্ৰিভুজৰ সমান সমান ভুজৰ মধ্যবৰ্তী কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ’ব ।

কখগ আৰু ঘঙচ দুই ত্ৰিভুজ। কখগ ত্ৰিভুজৰ কখ আৰু
কগ ভুজ ক্ৰমে ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ ঘচ আৰু ঘচ ভুজে সৈতে সমান
অৰ্থাৎ কখ, ঘঙ সৈতে আৰু কগ, ঘচ সৈতে সমান। কিন্তু
খগ ভূমি ঙচ ভূমিতকৈ ডাঙ্গৰ। এতেকে, খকগ কোণ ঙঘচ
কোণতকৈ ডাঙ্গৰ হ'ব।

কাৰণ, যদি কোৱা
কখগ কোণ ঙঘচ কোণ-
তকৈ ডাঙ্গৰ নহয়, তেন্তে
হয় তাৰ সমান হ'ব, নাইবা



তাতকৈ সৰু হ'ব। কিন্তু খকঘ কোণ ঙঘচ কোণৰ সমান
নহয়; কিয়নো সমান হোৱা হ'লে খগ ভূমি ঙচ, ভূমিৰ সমান
হ'লহেতেন (৪ প্ৰ)। কিন্তু, খগ ভূমি ঙচ ভূমিতকৈ ডাঙ্গৰ
(কল্পনা); এতেকে খকগ কোণ ঙঘচ কোণৰ সমান
নহয়। আৰু তাতকৈ সৰুও নহয়, কাৰণ, তেনে হোৱা
হ'লে খগ ভূমি ঙচ ভূমিতকৈ সৰু হ'লহেতেন (২৪ প্ৰ),
কিন্তু খগ ভূমি ঙঘচ ভূমিতকৈ সৰু নহয় (কল্পনা); এতেকে
খকগ কোণ ঙচ কোণতকৈ সৰু নহয়। পূৰ্বে দেখুৱা হৈছে
যে, খকগ কোণ ঙঘচ কোণৰ সমান নহয়; সুতৰাং খকগ
কোণ ঙঘচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ। গতএৰ, যদি দুই ত্ৰিভুজৰ
ইত্যাদি।

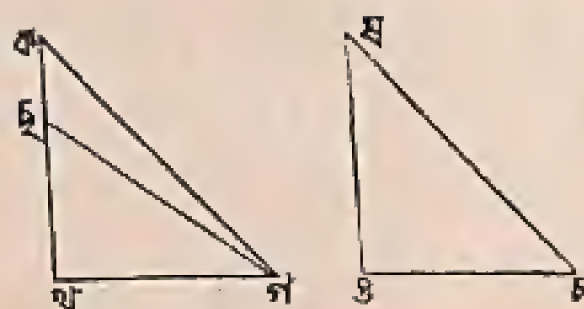
২৬ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

যদি দুই ত্রিভুজৰ এটাৰ দুই কোণ ক্ৰমে আনটোৰ দুই কোণে সৈতে সমান হয়, আৰু যদি এটা ২ ভুজও সমান হয়, অৰ্থাৎ সমান সমান কোণ দুটাৰ মধ্যস্থ ভুজ অথবা সিহঁতৰ সম্মুখস্থ এটা ২ ভুজ সমান হয়; তেন্তে এটা ত্রিভুজৰ অবশিষ্ট দুই ভুজ ক্ৰমে আনটোৰ অবশিষ্ট দুই ভুজৰ সমান হ'ব। আৰু তৃতীয় কোণ সমান হ'ব।

কথগ আৰু ঘঙচ দুই ত্রিভুজ। কথগ ত্রিভুজৰ কথগ আৰু কগখ কোণ দুটা ক্ৰমে, ঘঙচ ত্রিভুজৰ ঘঙচ আৰু ঘচঙ কোণে সৈতে সমান আছে; অৰ্থাৎ কথগ কোণ ঘঙচ কোণে সৈতে আৰু কগখ কোণ ঘচঙ কোণে সৈতে সমান আছে; আৰু এটা এটা ভুজও সমান আছে। ১ম, যি ভুজ, সমান সমান কোণৰ মধ্যস্থ অৰ্থাৎ খগ আৰু ওচ ভুজ সমান আছে বুলি ধৰা যাওক। এতিয়া, ত্রিভুজ দুটাৰ আন দুই ভুজ অৰ্থাৎ কথ, ঘঙ সৈতে কগ, ঘচ সৈতে সমান হ'ব আৰু খকগ তৃতীয় কোণ, ওঘচ তৃতীয় কোণৰ সমান হ'ব।

যদি কখ ভুজ, ঘঙ
ভুজৰ সমান নহয় বুলি
কোৱা, তেনেহলে ছইবো
মাজত এটা ডাঙ্গৰ হ'ব;

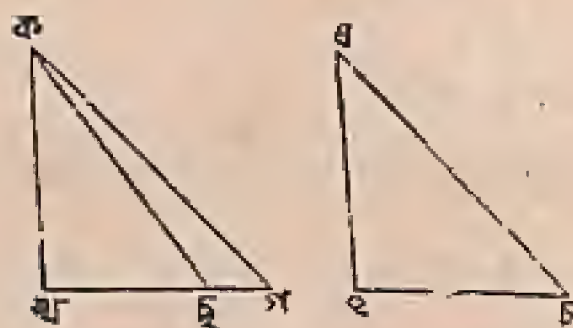


কখ, জানিবা ঘঙ ভুজতকৈ ডাঙ্গৰ; ঘঙ ভুজৰ সমান কৰি
খছ কাটি লোৱা (৩ প্র); ছ আক গ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, ছখগ আক ঘঙচ দুটা ত্ৰিভুজ; সিহঁতৰ ছখ ভুজ
ঘঙ সৈতে খগ ভুজ ঙচ সৈতে সমান; আক ছখগ কোণ খঙচ
কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে, ছগ ভূমি ঘচ ভূমিৰ
সমান (৪ প্র); আক সমান সমান ভুজৰ সম্মুখস্থ কোণ
সমান অৰ্থাৎ ছগখ কোণ ঘচঙ কোণৰ সমান। কিন্তু, কগখ
কোণ ঘচঙ কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে ছগখ কোণও
কগখ কোণৰ সমান (১ স্ব); কিন্তু সক বস্তু যে, ডাঙ্গৰ
বস্তুৰ সমান, এনে অসম্ভৱ। এতেকে, কখ আক ঘঙ অসমান
নহয় অৰ্থাৎ কখ, ঘঙ সমান। সুতৰাং কখগ আক ঘঙচ
ত্ৰিভুজৰ কখ ভুজ ঘঙ ভুজৰ, খগ ভুজ ঙচ ভুজৰ সমান আক
কখগ কোণ ঘঙচ কোণৰ সমান, অতএব কগ ভূমি ঘচ ভূমিৰ
সমান (৪ প্র)। আক কগ তৃতীয় কোণ ঙঘচ তৃতীয়
কোণৰ সমান।

২য়, ত্ৰিভুজ দুটাৰ সমান সমান কোণৰ সম্মুখস্থ এটা ভুজ
অৰ্থাৎ কখ ভুজ ঘঙ ভুজে সৈতে সমান সমান বুলি ধৰা
যাওক। পূৰ্বৰ দৰে কগ ভুজ ঘচ ভুজে সৈতে আক খগ ভুজ

ওচ ভূজে সৈতে সমান হ'ব, আৰু খগ তৃতীয় কোণ ওচ তৃতীয় কোণৰ সমান হ'ব।



খগ ভূজ ওচ ভূজে সৈতে সমান নহয় বুলি যদি কোৱা, তেন্তে দুটাৰ এটা নিশ্চয় ডাঙ্গৰ হ'ব। খগ জানিবা ওচ ভূজতকৈ ডাঙ্গৰ। খহ, ওচ ভূজৰ সমান কৰি লই ক আৰু ছ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কহখ আৰু ঘচঙ দুটা ত্ৰিভুজ; সিহঁতৰ কখ ভূজ ঘঙ ভূজৰ, খহ ভূজ ওচ ভূজৰ সমান আৰু কখছ কোণ ঘঙচ কোণৰ সমান (কল্পনা)। এতেকে, কহ ভূমি ঘচ ভূমিৰ সমান (৪ প্র); আৰু সমান সমান ভূজৰ সম্মুখস্থ কহখ কোণ আৰু ঘচঙ কোণ সমান। কিন্তু ঘচঙ কোণ কগখ কোণৰ সমান (কল্পনা)। সুতৰাং কগখ কোণ কহখ কোণৰও সমান। কিন্তু কহখ কোণ কহগ ত্ৰিভুজৰ বহিঃস্থ কোণ; আৰু কগখ তাৰ দূৰস্থ ভিতৰ কোণ; এতেকে, বহিঃস্থ কোণ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান হ'ব নোৱাৰে (১৬ প্র); সুতৰাং খগ আৰু ওচ অসমান নহয় অৰ্থাৎ সিহঁত সমান। এতেকে, কখগ আৰু ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ, কখ, ঘঙ ভূজৰ, খগ, ওচ ভূজৰ

সমান ; আৰু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী কৰ্ণ আৰু ঘড়চ কোণ
সমান, স্মৃতবাং কৰ্ণ ভূমি ঘচ ভূমিৰ সমান (৪ প্র)। আৰু
কৰ্ণ তৃতীয় কোণ ওঘচ তৃতীয় কোণৰ সমান। অতএব,
যদি দুই ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

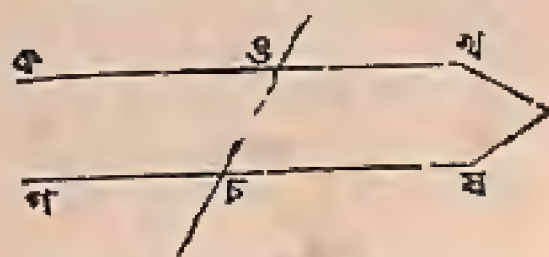
২৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

এটা সৰল ৰেখা আন দুটা সৰল ৰেখাৰ ওপৰত পৰিলে
যদি বিপর্যাস্ত অৰ্থাৎ ওলোটা কোণ যোৰ সমান হয়, তেন্তে
সেই সৰল ৰেখা দুটা পরস্পৰ সমান্তৰাল হ'ব।

ওচ সৰল ৰেখা কথ আৰু গঘ সৰল ৰেখা দুটাৰ ওপৰত
পৰি — আৰু ওচঘ ওলোটা কোণ দুটা পরস্পৰ সমান
কৰিছে, এতেকে, কথ আৰু গঘ সমান্তৰাল হ'ব।

যদি বোলা, কথ আৰু গঘ
সমান্তৰাল নহয়, তেন্তে বঢ়ালে
সিহঁত ক, গ মূৰেই হওক বা খ,
ঘ মূৰেই হওক এমূৰে নিশ্চয়



মিলিব। এনে যদি সম্ভৱ হয়, তেন্তে খ আৰু ঘ মূৰে বঢ়াই
দিয়া যাওক আৰু বাঢ়ি যাই সিহঁত ছ বিন্দুত মিলি থাকোক।

এতিয়া, ওচছ এটা ত্ৰিভুজ ; তাৰ ছও ভুজ, ক বিন্দুলৈ
বঢ়োৱা আছে, এতেকে, কওচ বহিঃস্থ কোণ ওচছ দূৰস্থ ভিতৰ

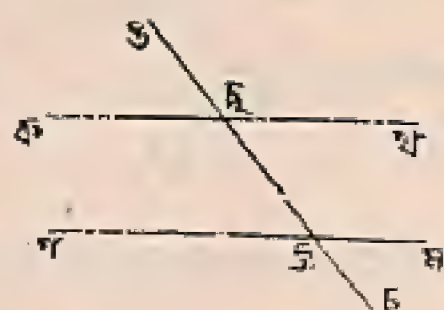
কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (১৬ প্র) । কিন্তু কঙচ কোণ ওচছ কোণৰ সমান (কল্পনা) ; সুতৰাং কঙচ কোণ ওচছ কোণৰ সমানো আৰু তাতকৈ ডাঙ্গৰো এনে অসম্ভৱ ; এতেকে, কথ আৰু গঘ, বঢ়ালে খ, ঘ মূৰে মিল নাখায় । সেই লেখিয়া ক, গ মূৰে বঢ়ালে যে মিল হ'ব তেনেও নহয় ; কিন্তু যি যি সবল বেখা একে সমধৰাতলত আছে আৰু বঢ়োৱা মানে কেতিয়াও মিল নাখায়, সিহঁতক সমান্তৰাল বেখা বোলে ; সুতৰাং কথ আৰু গঘ পৰস্পৰ সমান্তৰাল । অতএব এটা সবল বেখা ইত্যাদি ।

২৮ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

এটা সবল বেখা আন দুটা সবল বেখাৰ ওপৰত পৰিলে যদি সেই বেখাৰ একে ফালৰ বহিঃস্থ কোণ দুবস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান হয়, কিম্বা, একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটা একত্ৰ যোগে দুই সমকোণৰ সমান হয়, তেন্তে, সেই দুই সবল বেখা সমান্তৰাল হ'ব ।

ওচ সবল বেখা কথ আৰু গঘ সবল বেখা দুটাৰ ওপৰত পৰি একে ফালৰ ওছখ বহিঃস্থ কোণটোক ছজঘ দুবস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান কৰিছে, কিম্বা একে ফালৰ খছজ আৰু ছজঘ দুবস্থ ভিতৰ কোণ দুটাক একত্ৰ যোগে দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে ; এতিয়া, কথ আৰু গঘ সমান্তৰাল হ'ব ।

কাৰণ, উচ্চ কোণ ছজঘ
কোণৰ সমান (কল্পনা)। আৰু
উচ্চ কোণ কছক কোণৰ সমান
(১৫ প্ৰ) ; এতেকে কছজ কোণ
ছজঘ কোণৰ সমান (১ স্ব)।



আৰু সিহঁত বিপর্যাস্ত কোণ এতেকে, কথ আৰু গঘ সমান্তৰাল
(২৭ প্ৰ)।

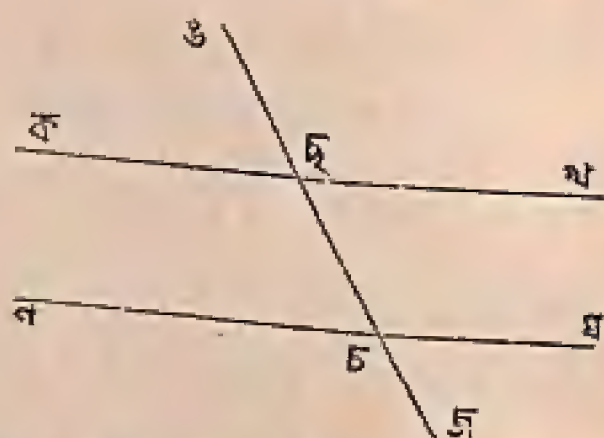
আকৌ খছজ আৰু ছজঘ কোণ দুটা একত্ৰে দুই সমকোণৰ
সমান (কল্পনা)। আৰু কছজ, খছজ কোণও একত্ৰে দুই
সমকোণৰ সমান (১৩ প্ৰ)। এতেকে, খছজ, ছজঘ কোণ
একত্ৰে কছজ আৰু খছজ কোণৰ সমান। এই দুই সমান
বস্তুৰ পৰা খছজ সামান্য কোণ বাদ দিয়া, সুতৰাং কছজ
অৱশিষ্ট কোণ ছজঘ অৱশিষ্ট কোণৰ সমান (৩ স্ব) ; আৰু
সিহঁত বিপর্যাস্ত কোণ এতেকে, কথ আৰু গঘ সমান্তৰাল
(২৭ প্ৰ)। অতএব, এটা সৰল ৰেখা ইত্যাদি।

২৯ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

যদি কোনো সৰল ৰেখা, দুটা সমান্তৰাল সৰল ৰেখাৰ
ওপৰত পৰে, তেনেহলে সিহঁতৰ বিপর্যাস্ত কোণ দুটা সমান
হ'ব ; আৰু একে ফালৰ বহিঃস্থ কোণ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ
সমান হ'ব ; আৰু একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটা একত্ৰ যোগে
দুই সমকোণৰ সমান হ'ব।

ওজ্জ্বল সবল বেখা কথ আক গঘ এই দুই সমান্তৰাল সবল বেখাৰ ওপৰত পৰিছে ; এতেকে কছচ আক ছচঘ বিপর্যাস্ত কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান হ'ব ; আক একে ফালৰ বহিঃস্থ ওহুখ কোণ ছচঘ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান হ'ব আক একে ফালৰ খছচ আক ছচঘ ভিতৰ কোণ দুটা একত্ৰ যোগে দুই সমকোণৰ সমান হ'ব ।

প্রথমতঃ । যদি কোৱা
কছচ আক ছচঘ বিপর্যাস্ত
কোণ দুটা সমান নহয়, তেন্তে
এটা আনটোতকৈ নিশ্চয়
ডাঙ্গৰ হ'ব । যদি এনে সম্ভৱ,



কছচ কোণ, ছচঘ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ বুলি ধৰা যাওক । এতিয়া এই দুই অসমান বস্তুৰ লগত খছচ কোণ যোগ কৰা, এতেকে, কছচ আক খছচ কোণ ছচঘ আক খছচ কোণতকৈ ডাঙ্গৰ (৪ স্ব) । আক, কছচ আক খছচ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান (১০ প্র) । সুতৰাং ছচঘ আক খছচ কোণ দুটা দুই সমকোণতকৈ সৰু । কিন্তু এটা সবল বেখা আন দুটা সবল বেখাৰ ওপৰত পৰিলে, যদি একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটা দুই সমকোণতকৈ সৰু হয়, তেনেহলে সেই দুটা সবল বেখা বৃদ্ধি কৰিলে যি ফালৰ ভিতৰ কোণ, দুই সমকোণতকৈ সৰু সেই ফালে মিলিব । এতেকে, কথ আক গঘ সবল বেখা দুটা বঢ়ালে খ, ঘ মূৰে মিল হ'ব (১২ স্ব) । কিন্তু সিহঁত

কেতিয়াও নিমিলে, কিয়নো, সিহঁত সমান্তৰাল সবল বেখা (কল্পনা) ; এতেকে কছচ আৰু ছচঘ কোণ দুটা অসমান নহয় অৰ্থাৎ সমান ।

দ্বিতীয়তঃ । কছচ কোণ ওছখ কোণৰ সমান (১৫ প্ৰ) আৰু কছচ কোণ ছচঘ কোণ সমান বুলি ওপৰত দেখুৱা হৈছে ; এতেকে, ওছখ বহিঃস্থ কোণ ছচঘ দূৰস্থ ভিতৰ কোণৰ সমান ।

তৃতীয়তঃ । ওপৰত কোৱা হৈছে যে, ওছখ কোণ ছচঘ কোণৰ সমান, এই সমান সমান বস্তুয়ে সৈতে খছচ কোণ যোগ দিয়া । এতেকে ওছখ আৰু খছচ কোণ একত্ৰে খছচ আৰু ছচঘ কোণৰ সমান (২ স্ব) । কিন্তু ওছখ আৰু খছচ কোণ দুটা, দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্ৰ) । সুতৰাং খছচ আৰু ছচঘ কোণ দুটাও দুই সমকোণৰ সমান । আৰু সিহঁত দুটা সবল বেখাৰ একে ফালে থকা ভিতৰ কোণ । অতএব, যদি কোনো সবল বেখা ইত্যাদি ।

৩০ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

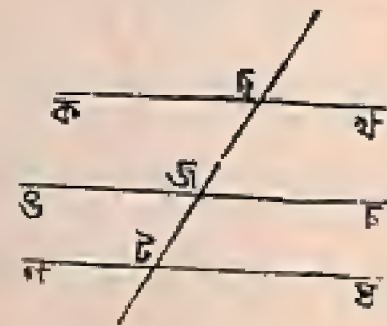
আকৃতি ২ বিধ ।

যি যি সবল বেখা কোনো এটা সবল বেখাৰ সমান্তৰাল সিহঁত পৰস্পৰ সমান্তৰাল ।

কথ আৰু গঘ সবল বেখা প্ৰত্যেকে ওচ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল, এতিয়া কথ আৰু গঘ দুয়ো সমান্তৰাল হ'ব ।

ছজট সৰল বেখা কখ, উচ, গঘ সৰল বেখাৰ ওপৰত
পৰোক ।

কখ আৰু উচ গঘ সমান্তৰাল
সৰল বেখা ; ছজট সিহঁতৰ ওপৰত
পৰিছে ; এতেকে, কছজ আৰু
ছজচ বিপর্য্যস্ত কোণ দুটা পৰস্পৰ
সমান (২৯ প্র) । আকৌ উচ



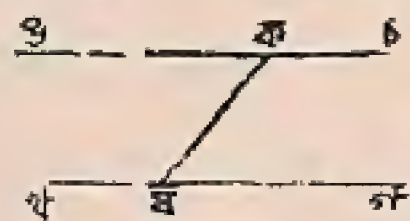
আৰু গঘ দুটা সমান্তৰাল সৰল বেখা, ছজট সিহঁতৰ ওপৰত
পৰিছে, এতেকে ছজচ আৰু চটঘ কোণ সমান (২৯ প্র) ;
আৰু কছজ কোণ ছজচ কোণৰ সমান বুলি পূৰ্বে দেখুৱা
হৈছে, এতেকে, কছট কোণ ছটঘ কোণৰ সমান আৰু সিহঁত
বিপর্য্যস্ত কোণ, স্মৃতাং কখ আৰু গঘ সৰল বেখা পৰস্পৰ
সমান্তৰাল । অতএব যি যি সৰল বেখা ইত্যাদি ।

৩১ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য ।

এটা নিকপিত বিন্দুৰ মাজেদি, এটা নিকপিত সৰল বেখাৰ
সমান্তৰাল কৰি এটা সৰল বেখা টানিব লাগিব ।

ক এটা নিকপিত বিন্দু, আৰু খগ নিকপিত সৰল বেখা ।
ক বিন্দুৰ মাজেদি খগ সৰল বেখাৰ সমান্তৰাল এটা সৰল
বেখা টানিব লাগিব ।

খগ বেখাত খ বিন্দু লই, ক সৈতে লগাই দিয়া ; কঘ
বেখাৰ ক বিন্দুত কঘগ কোণৰ সমান
কৰি ঘকঙ কোণ সাজা (২৩ প্ৰ) ।
আৰু ওক, চ লৈ বঢ়াই দিয়া ।
এতিয়া ওচ সবল বেখা খগ সবল
বেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব ।



কাৰণ কঘ বেখা, খগ আৰু ওচ বেখা দুটাৰ ওপৰত পৰি
ওকখ আৰু কঘগ বিপর্যাস্ত কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান কৰিছে,
এতেকে ওচ সবল বেখা খগ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল (২৪ প্ৰ) ;
সুতৰাং ক নিকপিত বিন্দুৰ মাজেদি খগ নিকপিত বেখাৰ
সমান্তৰাল কৰি ওচ সবল বেখা টানা হ'ল । ইতি ।

৩২ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

শ্ৰাবকৃতি ৩ বিধ ।

কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা ভুজ বঢ়াই দিলে বহিঃস্থ কোণ
দূৰস্থ ভিতৰ কোণ দুটাৰ সমান হ'ব ; আৰু প্ৰতি ত্ৰিভুজৰ
তিনোটা ভিতৰ কোণ একত্ৰ যোগে দুই সমকোণৰ সমান
হ'ব ।

কখগ এটা ত্ৰিভুজ । তাৰ খগ ভুজ ঘ লৈ বঢ়াই দিয়া ;
এতিয়া কগঘ বহিঃস্থ কোণ, গকখ আৰু কখগ দূৰস্থ ভিতৰ

কোন দুটাৰ সমান হ'ব আৰু কখগ, খগক, গকখ ভিতৰ কোণ তিনিটা একত্ৰে দুই সমকোণৰ সমান হ'ব।

গ বিন্দুৰ মাজেদি খক ভুজৰ সমান্তৰাল কৰি গঙ টানা (৩১ প্ৰ) ; গঙ আৰু কখ পৰ-

স্পৰ সমান্তৰাল ; কগ বেখা

সিহঁতৰ লগত সন্মিলিত হৈছে,

এতেকে, কগঙ আৰু খকগ

বিপর্যাস্ত কোণ দুটা সমান (২৯ প্ৰ)। আকৌ, গঙ আৰু

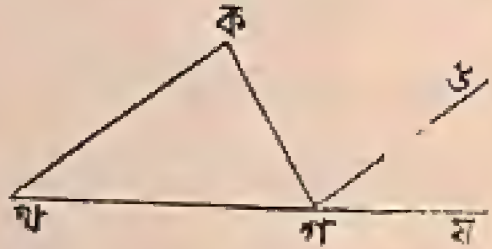
কখ সমান্তৰাল, খঘ বেখা সিহঁতৰ লগত সন্মিলিত হৈছে,

এতেকে, ওগঘ বহিঃস্থ কোণ কখগ দ্ব্যন্তৰ ভিতৰ কোণৰ সমান

(২৯ প্ৰ) ; কগঙ কোণ খকগ কোণৰ সমান বুলি পূৰ্বে

প্ৰমাণ হৈছে, সুতৰাং কগঘ গোটেই কোণটো খকগ আৰু

কখগ কোণ দুটাৰ সমান (২ স্ব)।



আকৌ, কগঘ কোণ, খকগ আৰু কখগ কোণ দুটাৰ সমান, এই দুই সমান বস্তুয়ে সৈতে কগখ কোণ যোগ দিয়া এতেকে কগঘ আৰু কগখ কোণ খকগ, কখগ, আৰু কগখ এই তিনি কোণৰ সমান (২ স্ব) ; কগঘ আৰু কগখ কোণ, দুই সমকোণৰ সমান (১৩ প্ৰ) ; সুতৰাং কখগ, খকগ আৰু কগখ কোণও একত্ৰে দুই সমকোণৰ সমান (১ স্ব) ; অতএব, কোনো ত্ৰিভুজৰ ইত্যাদি।

(ক) ত্ৰিভুজৰ ভিতৰ কোণ তিনিটা যে একত্ৰ যোগে, দুই সমকোণৰ সমান তাক, ত্ৰিভুজটোৰ ভূজ নবঢ়োৱাকৈও

প্রমাণ কৰিব পাৰি। যেনে, কখগ এটা ত্ৰিভুজ। তাৰ, ক
মূৰৰ পৰা খগ ৰেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কঘ টানা (৩১ প্র)।

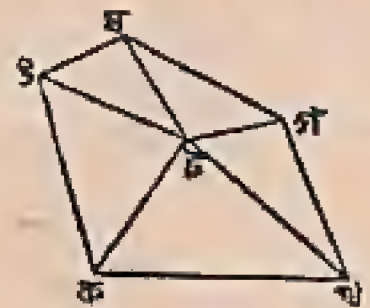
ঘকগ কোণ = কগখ কোণ
(২৯ প্র) \therefore ঘকগ কোণ + কখগ
কোণ + কখগ কোণ = কগখ কোণ
+ কখগ কোণ + কখগ কোণ



(৩ স্ব); কিন্তু ঘকগ কোণ + কখগ কোণ + কখগ কোণ = ২
সমকোণ (২৯ প্র); \therefore কখগ + কগখ কোণ + কখগ কোণ
= ২ সমকোণ।

১। অনুমান। কোনো সবল বৈখিক ক্ষেত্ৰৰ ভিতৰ
কোণবোৰ, সেই ক্ষেত্ৰৰ ভূজ দুগুণ কৰি তাৰ পৰা চাৰি বাদ
দিলে যিমান থাকে সিমান সমকোণৰ সমান।

কখগঘঙ এটা সবল বৈখিক ক্ষেত্ৰ; তাৰ পাঁচোটা ভূজ।
পাঁচক দুগুণ কৰিলে দহ, দহৰ পৰা
চাৰি বাদ কাটিলে ছয় হয়; এতেকে,
কখগ, খগঘ, গঘঙ, ঘঙক, ঙকখ, এই
ভিতৰ কোণবোৰ ছয় সমকোণৰ সমান
হ'ব।

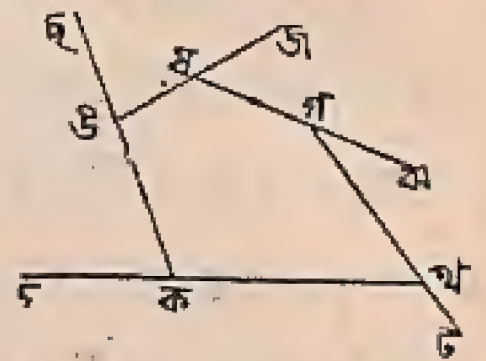


ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰত, ট বিন্দু লই, ট, ক, খ; ট, গ; ট,
ঘ; আৰু ট, ঙ সংলগ্ন কৰা। সংলগ্ন কৰাত পাঁচোটা ত্ৰিভুজ
হৈছে; আৰু প্রতি ত্ৰিভুজৰ ভিতৰ কোণবোৰ দুই সমকোণৰ
সমান (৩২ প্র); এতেকে, এই ত্ৰিভুজ পাঁচোটাৰ ভিতৰ

কোণ, দহ সমকোণৰ সমান। কিন্তু ভিতৰ কোণ বোলোতে ট বিন্দুৰ চাৰিও ফালৰ কোণ কেইটাও তাৰ মাজত ধৰা হৈছে ; আৰু সিহঁত চাৰি সমকোণৰ সমান (২ অ, ১৫ প্র) ; এতেকে সেই দহোটা সমকোণৰ পৰা এই চাইটা সমকোণ বাদ কঢ়িলে ছয় সমকোণ থাকে ; সুতৰাং এই সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰ কোণবোৰ ছয় সমকোণৰ সমান।

১। অনুমান। কোনো সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰৰ ভূজবোৰ একে মুখে বঢ়াই দিলে, বাহিৰৰ ফালে যিমান কোণ হয়, সেই আটাইবোৰ চাইটা সমকোণৰ সমান।

কথগঘঙ এটা পঞ্চভুজ সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰ। তাৰ ভূজ পাঁচোটো একে মুখে চ, ছ, জ, ঝ, ট বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া। বঢ়াই দিয়াত বাহিৰৰ ফালে যিবোৰ কোণ হৈছে, সিহঁত একত্ৰ চাৰি সমকোণৰ সমান হ'ব।



কাৰণ, ঙক, ঘঙ, গঘ, খগ আৰু কখ সৰল বেখাবিলাক ক্ৰমে, চখ, কছ, জঙ, ঘঝ আৰু গট সৰল বেখাবিলাকে সৈতে সংলগ্ন হৈ দাঁতিৰ কোণবিলাকক দুই দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে (১৩ প্র)। এতেকে, এই আটাইবিলাক কোণ একত্ৰে দহ সমকোণৰ সমান, কিন্তু এই দহোটা সমকোণে সৈতে ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰ কোণবোৰও গণ্য হৈছে আৰু এই ভিতৰ কোণ ছয় সমকোণৰ সমান (১ অনুঃ) ; সুতৰাং

দহৰ ছয় গল থাকিল চাৰি, বাহিৰ কোণবিলাক একত্ৰ চাৰি
সমকোণৰ সমান।

৩২ প্রতিজ্ঞাৰ সাহায্য লই তলত লিখা বিষয়বোৰ
সহজে প্রমাণ হয়।

(ক) কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ যদি আন দুটা
কোণৰ যোগফলৰ সমান হয়, তেন্তে সেই কোণটো সমকোণ।

কথগ ত্ৰিভুজৰ কথগ কোণ খকগ আৰু খগক কোণ দুটাৰ
সমান, কথগ কোণ সমকোণ হ'ব।

কথগ কোণ = খকগ কোণ = খগক কোণ = ২ সমকোণ
(৩২ প্র) ; কিন্তু কথগ কোণ = খকগ কোণ + খগক কোণ
(কল্পনা) ; কথগ কোণ = ১ সমকোণ।

(খ) সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্রতি কোণৰ পরিমাণ এক সম-
কোণৰ ২। \therefore ত্ৰিভুজৰ ৩ কোণ = ২ সমকোণ (৩২ প্র) ;
আৰু সমবাহু ত্ৰিভুজৰ তিনি কোণ পরস্পৰ সমান (অ, ৫ প্র) ;
 \therefore সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ১ কোণ = $\frac{2}{3}$ সমকোণ।

(গ) সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ সমকোণ থাকিলে
বাকী সমান কোণ দুটা প্রত্যেকে এক সমকোণৰ ২।

\therefore ৩ কোণ = ২ সমকোণ : \therefore ১ কোণ = $\frac{2}{3}$ সমকোণ ;
 \therefore দুই কোণ = ১ সমকোণ ; আৰু তাহাতে পরস্পৰ সমান ;
 \therefore ১ কোণ = $\frac{1}{2}$ সমকোণ।

(ঘ) সমান কোণি সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰৰ যিমান ভুজ

আছে, জানা থাকিলে, তাৰ ভিতৰ কোণবোৰ প্ৰত্যেকে কিমান ডাঙৰ জানিব পাৰি।

কথগঘঙ এটা বড়ভুজ সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰ তাৰ ভিতৰ কোণ ছয়টা পৰস্পৰ সমান।

\therefore ভিতৰ কোণ $= ৮$ সমকোণ (১ অ, ৩২ প্ৰ) ; আৰু সিহঁত ছয়োটা পৰস্পৰ সমান ; $\therefore ৮ \div ৬ = ১\frac{২}{৩}$ সমকোণ।

(৬) সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰৰ ভিতৰ কোণবোৰ যিমান সমকোণৰ সমান জানা থাকিলে, তাৰ ভুজ কিমান জানা যায়।

ওপৰত কোৱা সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰটোৰ ভিতৰ কোণ আঠ সমকোণৰ সমান। $\therefore ৮$ সমকোণ $+ ৪$ সমকোণ $= ১২$ সমকোণ $১২ \div ২ = ৬$ ভুজ।

(৮) যদি কোনো ত্ৰিভুজৰ দুই কোণ একত্ৰ আৰু কোনো ত্ৰিভুজৰ দুই কোণে সৈতে সমান হয়, তেন্তে সিহঁতৰ তৃতীয় কোণ সমান হ'ব।

কাৰণ, কথগ ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটা ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমান (১১ স্ব) ; কাৰণ, সিহঁতৰ দুই দুই সমকোণৰ সমান (৩২ প্ৰ)। আৰু এটাৰ কথগ আৰু কগখ কোণ দুটা আনটোৰ ঘঙচ আৰু ঘচঙ কোণ দুটাৰ সমান দিয়া আছে : এই সমান সমান কোণ দুটা, প্ৰতি ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ পৰা বাদ দিলে এটাৰ থকগ তৃতীয় কোণ আনটোৰ ওঘচ তৃতীয় কোণৰ সমান থাকিব (৩ স্ব)।

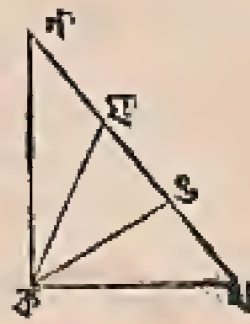
(ছ) কোনো নিকষিত সবল বেখাৰ মূৰ বিন্দুৰ পৰা,
১১ প্ৰতিজ্ঞাৰ বিনা সাহায্যে তাৰ ওপৰত লম্ব টানিব পাৰি।

কথ এটা নিকষিত সবল বেখা, তাৰ খ মূৰ বিন্দুৰ পৰা
এটা লম্ব টানিব লাগিব। কথ বেখাৰ ওপৰত কগখ সমবাহু
ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্ৰ) ;
কগ বঢ়াই দি গঘ, কগ বেখাৰ
সমান কৰি লোৱা (৩ প্ৰ)। ঘ
আৰু খ সংলগ্ন কৰা। এতিয়া,
ঘখ কথ বেখাৰ লম্ব হ'ব।



\therefore গখঘ কোণ = গঘখ কোণ, আৰু কখগ কোণ = গকখ
কোণ (৫ প্ৰ) ; কখঘ কোণ = খকঘ কোণ + কঘখ কোণ
(২ স্ব) ; আৰু ত্ৰিভুজৰ তিনি কোণ দুই সমকোণৰ সমান
(৩২ প্ৰ) ; খকঘ কোণ + কঘগ কোণ = ১ সমকোণ ; আৰু,
কঘখ কোণ = ১ সমকোণ ; \therefore খঘ তাৰ লম্ব (১০ সং)।

(জ) কোনো সমকোণক সমানে তিনি খণ্ড কৰিব
লাগে। খকগ এটা সমকোণ।
খ আৰু গ সংলগ্ন কৰা ; কথ
বেখাৰ ওপৰত কখঘ সম-
বাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা (১ প্ৰ),
খকঘ কোণ ঠক-ৰে সমান দুই খণ্ড কৰা (৯ প্ৰ)।

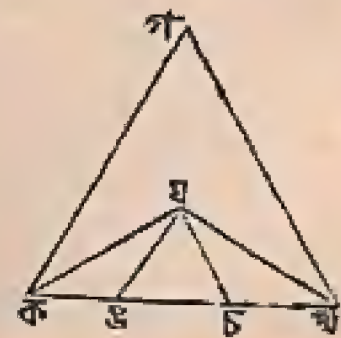


\therefore খকগ কোণ = ১ সমকোণে (কল্পনা) ; খকঘ কোণ = $\frac{1}{2}$
সমকোণ (৩২ প্ৰ, অ, ৫ প্ৰ) \therefore ঘকঙ কোণ আৰু খকঙ

প্রত্যেকে = সমকোণ, কাৰণ সিহঁত সমান (ক্রিয়া) ;
 \therefore খঙক কোণ = ঙকঘ কোণ = গকঘ কোণ ।

কোনো নিকপিত সৰল বেখা এটাক সমানে তিনি খণ্ড
 কৰিব লাগে । কথ এটা নিকপিত সৰল বেখা ; তাক সমানে
 তিনি খণ্ড কৰিব লাগিব ।

কথ সৰল বেখাৰ ওপৰত কথগ নামে সমবাহু ত্ৰিভুজ
 অঙ্কিত কৰা (১ প্র) ; কঘ
 বেখাৰে খকগ কোণ আৰু খঘ
 বেখাৰে কখগ কোণ সমানে দুই
 দুই খণ্ড কৰা (২ প্র) ; কগ
 বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঘ বিন্দুৰ মাজেদি ঘঙ আৰু গখ
 বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঘ বিন্দুৰ মাজেদি ঘচ টানা (৩১ প্র) ;
 এতিয়া কথ সৰল বেখা ঙ আৰু চ বিন্দুত সমানে তিনি খণ্ড
 হ'ব ।



গকঘ কোণ = ঙকঘ কোণ (ক্রিয়া) আৰু গকঘ কোণ
 = কঘঙ কোণ (২২ প্র) ; \therefore ঙকঘ কোণ = ঙঘক কোণ ;
 \therefore কঙ = ঘঙ (৬ প্র) ; সেই দৰে খচ = ঘচ ; আকৌ ঘচঙ
 কোণ = গকখ কোণ, আৰু ঘচঙ কোণ = গখক কোণ (২২ প্র) ;
 ঘঙচ কোণ + ঘচঙ কোণ = গকখ কোণ + গখক কোণ (২ স্ব) ;
 \therefore ঙঘচ কোণ = কগখ কোণ (অ, ৩২ প্র) । এতেকে, ঘঙচ
 এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ স্মৃতিৰাং তাৰ ঘঙ, ঘচ আৰু ঙচ তিনিও ভূজ
 সমান । আৰু পূৰ্বে প্রমাণ হৈছে যে, কঙ, ঘঙ বেখাৰ আৰু

খচ, ঘচ বেখাৰ সমান ; এতেকে, কঙ, ঙচ আৰু চখ তিনিও
সমান।

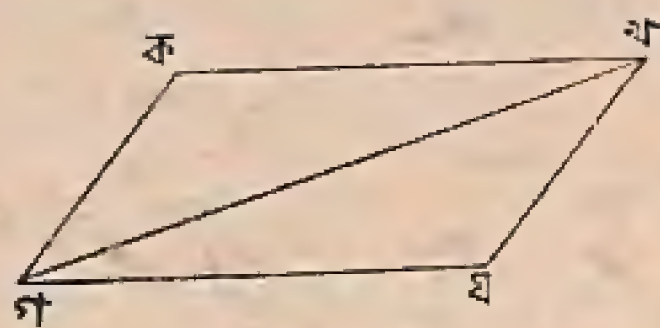
৩৩ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

যদি দুই সমান আৰু সমান্তৰাল সৰল বেখাৰ একালৰ দুই
মূৰ এটা সৰল বেখাই, আৰু আন ফালৰ দুই মূৰ আন এটা
সৰল বেখাই সংলগ্ন কৰে, তেন্তে সেই দুই সৰল বেখা পৰস্পৰ
সমান আৰু সমান্তৰাল হ'ব।

কখ আৰু গঘ সৰল বেখা দুটা সমান আৰু সমান্তৰাল।
সিহঁতৰ ক আৰু গ মূৰ কগ সৰল বেখাই খ আৰু ঘ মূৰ খঘ
সৰল বেখাই সংলগ্ন কৰিছে ; এতেকে, কগ আৰু খঘ সমান
আৰু সমান্তৰাল হ'ব। খ আৰু গ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কখ আৰু গঘ সমান্তৰাল ; খগ দুয়ো সৈতে
সন্মিলিত আছে, এই কাৰণে কখগ আৰু খগঘ বিপর্যাস্ত কোণ
দুটা পৰস্পৰ সমান (২৯প্ৰ) ;
কখগ আৰু খগঘ ত্ৰিভুজৰ
কখ আৰু গঘ ভূজ সমান
(কল্পনা) ; খগ দুইবোৰ সামান্ত



ভূজ, এতেকে, কখ আৰু খগ ভূজ ক্ৰমে গঘ আৰু খগ ভূজৰ
সমান ; আৰু কখগ কোণ খগঘ কোণৰ সমান প্ৰমাণ হৈছে।

এতেকে, কগ ভূমি খঘ ভূমিৰ সমান (৪ প্র) ; কখগ ত্ৰিভুজ
খগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান, আৰু সিহঁতৰ সমান সমান ভূজৰ সম্মুখস্থ
কগখ কোণ গখঘ কোণ সমান । আকৌ, খগ সবল বেখা কগ
আৰু খঘ সবল বেখাই সৈতে সম্মিলিত হৈ কগখ আৰু গখঘ
বিপর্যাস্ত কোণ দুটা সমান কৰিছে, এতেকে, কগ আৰু খঘ
সমান্তৰাল (২৭ প্র) ; আৰু সিহঁত সমান যে পূৰ্বেৰ প্ৰমাণ
হৈছে । অতএব যদি দুই সমান আৰু সমান্তৰাল ইত্যাদি ।

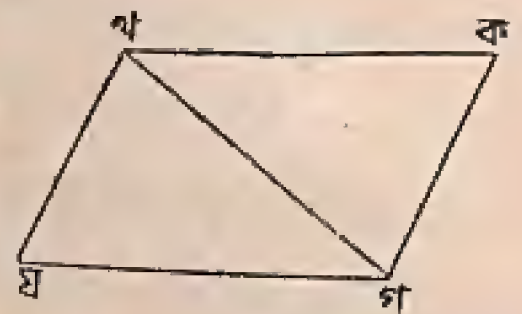
৩৪ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি ২ বিধ ।

সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ সম্মুখস্থ ভূজবোৰ পৰস্পৰ সমান আৰু
সম্মুখস্থ কোণবোৰও পৰস্পৰ সমান ; আৰু শ্ৰুতি অৰ্থাৎ
চুকিয়াচুকি বেখাই তাক সমানে দুই খণ্ড কৰে ।

কখঘগ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, খগ তাৰ শ্ৰুতি । এতেকে,
তাৰ সম্মুখস্থ ভূজ পৰস্পৰ সমান হ'ব, আৰু সম্মুখস্থ কোণও
সমান হ'ব । আৰু খগ শ্ৰুতিয়ে তাক সমানে দুই খণ্ড কৰিব ।

কাৰণ, কখ আৰু গঘ বেখা
সমান্তৰাল ; খগ দুইৰো সৈতে
সম্মিলিত হৈছে ; এতেকে, কখগ
আৰু খগঘ, বিপর্যাস্ত কোণ দুটা



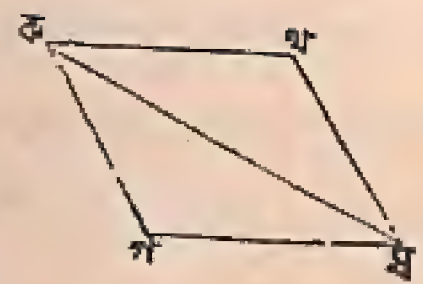
পৰস্পৰ সমান (২৯ প্র) ; আকৌ কগ আৰু খঘ সমান্তৰাল,

খগ দুইবো সৈতে সম্মিলিত হৈছে, এতেকে, কগখ আৰু গখঘ
 বিপর্যাস্ত কোণ পরস্পর সমান। এতিয়া, কখগ ত্রিভুজৰ
 কখগ আৰু কগখ কোণ ক্ৰমে গখঘ ত্রিভুজৰ খগঘ আৰু গখঘ
 কোণ সৈতে সমান। আৰু সমান সমান কোণৰ ওচৰৰ এটা
 ভূজ অৰ্থাৎ খগ দুয়ো ত্রিভুজৰ সামান্য ভূজ, এতেকে সিহঁতৰ
 আন আন ভূজ সমান আৰু তৃতীয় কোণ সমান অৰ্থাৎ কখ
 আৰু গঘ ভূজ, কগ আৰু খঘ ভূজ পরস্পর সমান, খকগ আৰু
 খঘগ কোণ সমান (২৬ প্র); কখগ কোণ খগঘ কোণৰ,
 কগখ কোণ গখঘ কোণৰ সমান বুলি পূৰ্বে দেখুৱা হৈছে।
 এতেকে, কখঘ গোটেই কোণটো কগঘ গোটেই কোণটোৰ
 সমান (২ স্ব); আৰু খকগ কোণ খঘগ কোণৰ সমান যে
 পূৰ্বে প্রমাণ হৈছে, এতেকে সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ সম্মুখস্থ ভূজ
 আৰু কোণবোৰ পরস্পর সমান। আৰু শ্ৰুতিয়ে তাক সমানে
 দুই খণ্ড কৰে। কাৰণ, কখগ আৰু গখঘ ত্রিভুজৰ কখ ভূজ
 গঘ ভূজৰ সমান, খগ দুইবো সামান্য ভূজ, এতেকে, কখ আৰু
 খগ ভূজ ক্ৰমে গঘ আৰু খগ ভূজৰ সমান আৰু কখগ কোণ
 খগঘ কোণৰ সমান সুতৰাং কখগ ত্রিভুজ খগঘ ত্রিভুজৰ
 সমান (৪ প্র)। অতএব, সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ ইত্যাদি।

৩৪ প্রতিজ্ঞাৰ বিপৰীত প্রতিজ্ঞা।

চতুৰ্ভুজ ক্ষেত্ৰৰ সম্মুখস্থ ভূজ বা সম্মুখস্থ কোণ সমান হ'লে
 সেই ভূজবোৰ সমান্তৰাল হ'ব অৰ্থাৎ ক্ষেত্ৰটো সমান্তৰাল
 ক্ষেত্ৰ হ'ব।

কখগঘ চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটোৰ
সম্মুখস্থ ভূজ আৰু কোণবোৰ
সমান আছে, এতেকে, এই
ক্ষেত্রটো সমান্তৰাল ক্ষেত্র হ'ব।



প্রথমতঃ। \therefore কখ = গঘ \therefore কখ + কঘ + গঘ + কহ, \therefore
খঘ = কগ (কল্পনা) ; \therefore খকঘ কোণ = কঘগ কোণ (৮ প্র) ;
আৰু এই কোণ দুটা বিপর্যাস্ত কোণ ; \therefore কখ আৰু গঘ
সমান্তৰাল সেই দৰে কগ আৰু খঘ সমান্তৰাল প্রমাণ হয়।

দ্বিতীয়তঃ। চতুর্ভুজৰ ৪ কোণ = ২ ত্রিভুজৰ ৬ কোণ ; \therefore
চতুর্ভুজৰ ৪ কোণ = ৪ সমকোণ। কিন্তু খকগ কোণ = খঘগ
কোণ ; আৰু কগঘ কোণ = কখঘ কোণ (কল্পনা)। \therefore
খকগ কোণ + কগঘ কোণ = খঘগ কোণ + কখঘ কোণ ; \therefore
খকগ কোণ + কগঘ কোণ = ২ সমকোণ ; \therefore কখ, আৰু গঘ
সমান্তৰাল (১৮ প্র)। সেই মতে কগ আৰু খগ সমান্তৰাল
প্রমাণ হয়।

(ক) সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ দুয়ো শ্রুতি পৰস্পৰ সমানে
কটাকটি কৰে। \therefore কঙখ আৰু গঙঘ ত্রিভুজ দুটাৰ কখঙ কোণ
+ খকঙ কোণ = ঘগঙ কোণ + গঘঙ কোণ (২৯ প্র, ২ স্ব) ;
 \therefore কখ = গঘ (৩৪ প্র) ; \therefore কঙ = গঘ ; খঙ = গগ (১৬ প্র)।

(খ) আয়ত বা বর্গক্ষেত্রৰ দুয়ো শ্রুতি সমান। \therefore কখঘ
আৰু গখঘ ত্রিভুজ দুটাৰ কখ + খঘ = গঘ (কল্পনা, ২ স্ব) ;
 \therefore কখঘ কোণ = গঘখ কোণ (কল্পনা) \therefore কঘ = খগ (৪ প্র)।

(গ) বহুস বা বর্গক্ষেত্রৰ শ্ৰুতি দুটা পৰস্পৰ কটাকটি কৰিলে, সেই খণ্ডবোৰৰ শ্ৰুতি দুটাৰ লম্ব হ'ব।

\therefore কঙ = খঙ (অ, ৩৪ প্র); $কঙ + খঙ = ঘঙ + খঙ$ (২ স্ব); আৰু $কখ = ঘখ$ (৩০, ৩২ সং); \therefore কঙখ কোণ = খঙঘ কোণ (৮ প্র); \therefore খঙ লম্ব (১০ সং); সেই দৰে কঙ, গঙ, আৰু ঘঙ লম্ব।

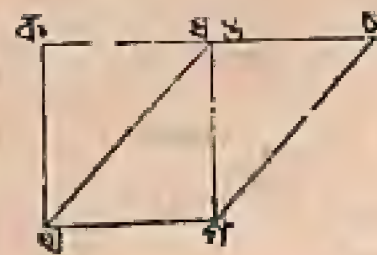
৩৫ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ৩ বিধ।

যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্র একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

কখগঘ আৰু গখগচ সমান্তৰাল ক্ষেত্র দুটা খগ একে ভূমিৰ ওপৰত খগ আৰু কচ একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত আছে; এতেকে কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্রটো গখগচ সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ সমান।

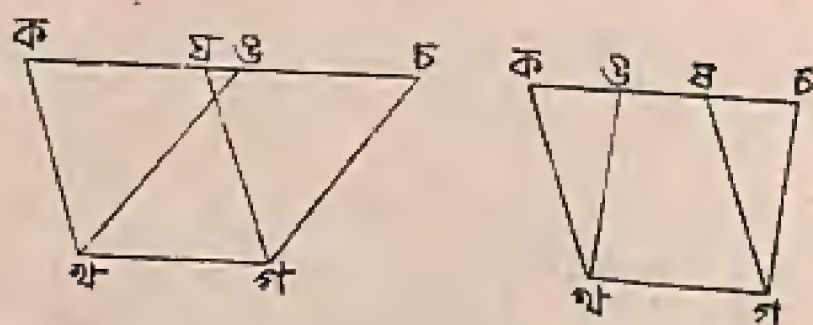
প্রথমতঃ। যেতিয়া, ক্ষেত্র দুটাৰ খগ ভূমিৰ সম্মুখস্থ কঘ আৰু গচ ভূজ একে বিন্দুত অৰ্থাৎ ঘ বা গ বিন্দুত শেষ হয়; এতিয়া স্পষ্টে দেখা যায় যে, সিহঁত প্ৰত্যেক খগঘ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ (৩৪ প্র); এতেকে,



কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্র ঙখগচ সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ সমান (৬ স্ব) ।

দ্বিতীয়তঃ । যেতিয়া, খগ ভূমিৰ সম্মুখস্থ কঘ আক ওচ ভূজ একে ঘ বা ঙ বিন্দুত শেষ নহয় ; তেতিয়া, তাৰ প্ৰমাণ ।

কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ কঘ ভূজ খগ ভূজৰ সমান, আকৌ ঙখগচ সমান্তৰাল ক্ষেত্রৰ সেই খগ ভূজ ওচ ভূজৰ সমান



(৩৪ প্র) ; সুতৰাং কঘ আক ওচ দুয়ো সমান । ঘঙ, দুইবোৰ সৈতে যোগ দিয়া বা দুইবোৰ পৰা বাদ দিয়া, এতেকে গোটাই বা বাকী কঙ গোটাই বা বাকী ঘচ সৈতে সমান আক কখ, গঘ পৰস্পৰ সমানে আছে (৩৪ প্র) । আকৌ ছোৱা, কচ, সবল বেখা কখ আক গঘ দুই সমান্তৰাল সবল বেখাই সৈতে সম্মিলিত হৈ খকচ দুবস্থ ভিতৰ কোণটো, গঘচ বহিঃস্থ কোণে সৈতে সমান কৰিছে, এতেকে, কখঙ আক ঘগচ ত্ৰিভুজ দুটাৰ কঙ আক কখ ভূজ ক্ৰমে চঘ আক গঘ ভূজৰ সমান ; আক সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী খকঙ কোণ গঘচ কোণৰ সমান বুলি ওপৰত দেখুৱা হৈছে ; অতএব, খঙ ভূমি গচ ভূমিৰ আক কখঙ ত্ৰিভুজ ঘগচ ত্ৰিভুজৰ সমান (৪ প্র) ; এতিয়া, কখগচ ক্ষেত্রটোৰ পৰা এই সমান সমান বস্তু অৰ্থাৎ কখঙ বা ঘগচ,

ত্রিভুজ বাদ দিলে ঔখগচ বা কখগঘ বাঁকী থাকে, সুতরাং সিহঁত দুয়ো পৰস্পৰ সমান (৩২) ; আৰু সিহঁতেই একে ভূমিৰ ওপৰত একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থকা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ । অতএব যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ ইত্যাদি ।

এই প্ৰতিজ্ঞাত, সমান শব্দটোৱে কালি সম্বন্ধে হে সমান বুজাইছে ।

৩৬ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি ২ বিধি ।

যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান ।

কখগঘ আৰু ঔচছজ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ দুটা খগ আৰু চছ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত, কজ আৰু খছ একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত আছে, এতেকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান ।

খ, ঔ আৰু গ, জ সংলগ্ন কৰা । এতিয়া, খগ আৰু চছ সমান

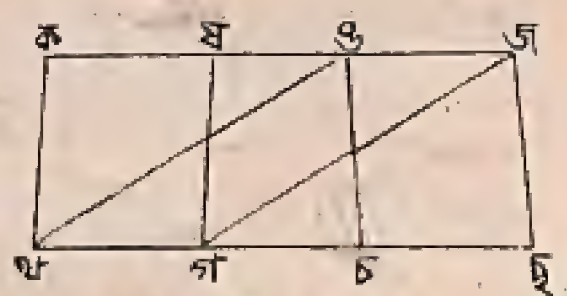
(কল্পনা) ; চছ আৰু ঔজ

সমান (৩৪ প্ৰ) ; সুতরাং

খগ আৰু ঔজ সমান (১

২) ; আৰু সিহঁত দুই

সমান্তৰালও ; আৰু এই দুই সমান আৰু সমান্তৰাল সবল



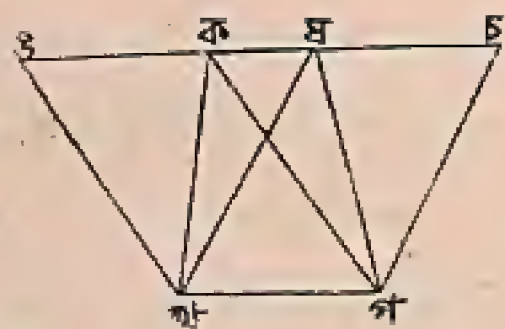
বেখাৰ একালৰ মূৰ খণ্ড সবল বেখাই আৰু আন কালৰ মূৰ গজ সবল বেখাই সংলগ্ন কৰিছে, এতেকে, খণ্ড আৰু গজ দুয়ো সমান আৰু সমান্তৰাল (৩৩ প্ৰ); সূতৰাং ওখগজ ক্ষেত্ৰটো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ। আকৌ ওখগজ আৰু কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ দুটা, খগ একে ভূমিৰ ওপৰত, খগ আৰু কজ একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত আছে, এতেকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান (৩৫ প্ৰ); সেই লেখিয়া ওখগজ আৰু ওচছজ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ দুটাও পৰস্পৰ সমান বুলি প্ৰমাণ কৰা যায়। কিন্তু যি যি বস্তু কোনো এক বস্তুৰ সমান, সিহঁত পৰস্পৰ সমান, সূতৰাং কখগঘ আৰু ওচছজ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ পৰস্পৰ সমান। অতএব যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ ইত্যাদি।

৩৭ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

যি যি ত্ৰিভুজ একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

কখগ আৰু খগঘ ত্ৰিভুজ দুটা খগ একে ভূমিৰ ওপৰত, কঘ আৰু খগ একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত আছে, এতেকে সিহঁত পৰস্পৰ সমান হ'ব।

কঘ সবল বেখাটো ছয়ো পোনে
ও আক চ বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া ; খ
বিন্দুৰ মাজেদি কগ সবল বেখাৰ
সমান্তৰাল কৰি খঙ টানা (৩১ প্ৰ) ;



আক গ বিন্দুৰ মাজেদি খঘ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি গচ
টানা (৩১ প্ৰ) ; এতিয়া ওখগক আক খগচঘ দুটা সমান্তৰাল
ক্ষেত্ৰ, সিহঁত, খগ একে ভূমিৰ ওপৰত খগ আক ওচ একে
সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত আছে ; এতেকে, সিহঁত দুয়ো
সমান (৩৫ প্ৰ) । আক ওখগক সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটোক কখ
শ্ৰুতিয়ে সমানে দুই খণ্ড কৰিছে (৩৪ প্ৰ) ; এতেকে, কখগ
ত্ৰিভুজ, ওখগক সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ অৰ্দ্ধ । আকৌ, গঘ শ্ৰুতিয়ে
খগচঘ ক্ষেত্ৰকো সমানে দুই খণ্ড কৰিছে, সেই নিমিত্তে, খগঘ
ত্ৰিভুজ খগচঘ ক্ষেত্ৰৰ অৰ্দ্ধ (৩৪ প্ৰ) ; আক যি যি বস্তু
পৰস্পৰ সমান সিহঁতৰ অৰ্দ্ধ ও সমান (৭ স্ব) ; সুতৰাং কখগ
ত্ৰিভুজ খগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান । অতএব যি যি ত্ৰিভুজৰ
ইত্যাদি ।

৩৮ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

যি যি ত্ৰিভুজ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত আক একে
সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান ।

কখগ আক ঘঙচ দুটা ত্ৰিভুজ । সিহঁত খগ আক ওচ

লেখিয়া কখ বাজে, ক বিন্দুৰ মাজেদি টনা আন কোনো সবল বেখাই খগ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব নোৱাৰে বুলি প্ৰমাণ কৰা যায় ; সুতৰাং কঘ সবল বেখা খগ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল। অতএব, সমান সমান ত্ৰিভুজ ইত্যাদি।

৪০ প্ৰতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি ২ বিধ।

সমান সমান ত্ৰিভুজ একে সবল বেখাৰ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে থাকিলে, সিহঁত একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকিব।

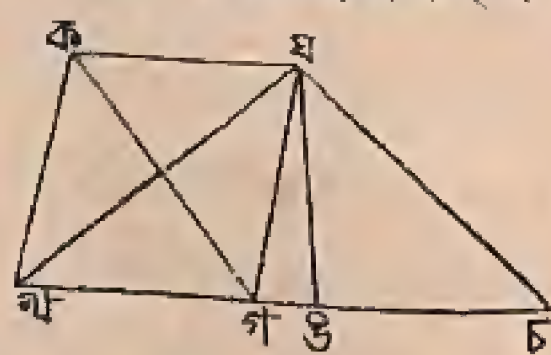
কখগ আৰু ওচঘ সমান সমান ত্ৰিভুজ দুটা খচ সবল বেখাৰ খগ আৰু ওচ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে আছে ; সিহঁত একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকিব। ক আৰু ঘ সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কঘ সবল বেখা, খচ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব।

যদি নহয় বুলি কোৱা ; তেন্তে ক বিন্দুৰ মাজেদি খচ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কছ টানা

(৩১ প্ৰ) ; আৰু কছ, ঘও

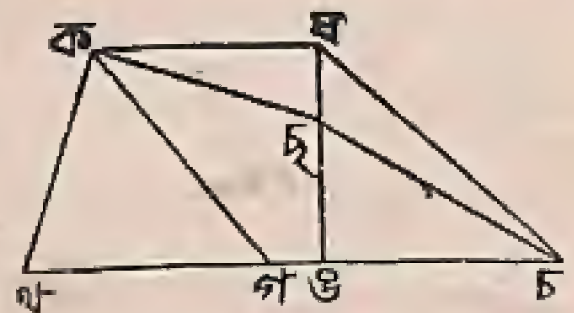
সবল বেখাৰ দু বিন্দুত মিলকগৈ। ছ আৰু চ সংলগ্ন কৰা।



এতিয়া, কখগ ত্ৰিভুজ ছ'ডচ ত্ৰিভুজৰ সমান (৩৮ প্ৰ) ;
 কিয়নো সিহঁত খগ আৰু ঙচ সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত আৰু
 কছ একে সমান্তৰাল সৰল বেখাৰ মাজত আছে। কিন্তু কখগ
 ত্ৰিভুজ ঙচঘ ত্ৰিভুজৰ সমান (কল্পনা) ; এই নিমিত্তে ঙচঘ
 ত্ৰিভুজ ছ'ডচ ত্ৰিভুজৰ সমান (১ স্ব)। কিন্তু ডাঙ্গৰ বস্তু সৰু
 বস্তুৰ সমান হোৱা অসম্ভৱ (২ স্ব)। এতেকে, কছ বেখা খচ
 বেখাৰ সমান্তৰাল নহয়। সেই দৰে, কঘ বাজে, ক বিন্দুৰ
 মাজেদি টনা কোনো সৰল বেখাই খচ সৰল বেখাৰ সমান্তৰাল
 হ'ব নোৱাৰে যে, তাকো প্ৰমাণ কৰি দেখুৱাব পাৰি। সুতৰাং
 কঘ সৰল বেখা খচ সৰল বেখাৰ সমান্তৰাল। অতএব, সমান
 সমান ত্ৰিভুজ ইত্যাদি।

৪০ প্ৰতিজ্ঞাৰ সৰল প্ৰমাণ।

(ক) খ, ঘ আৰু গ, ঘ সংলগ্ন কৰা। কাৰণ, খগঘ
 ত্ৰিভুজ খঙচ ত্ৰিভুজৰ সমান
 (৩৮ প্ৰ) ; আৰু কখগ ত্ৰিভুজৰ
 ঘঙচ ত্ৰিভুজৰ সমান (কল্পনা)।
 এতেকে, খগঘ ত্ৰিভুজ কখগ
 ত্ৰিভুজৰ সমান (১ স্ব) ; সুতৰাং কঘ সৰল বেখা খচ সৰল
 বেখাৰ সমান্তৰাল (৩৯ প্ৰ)।



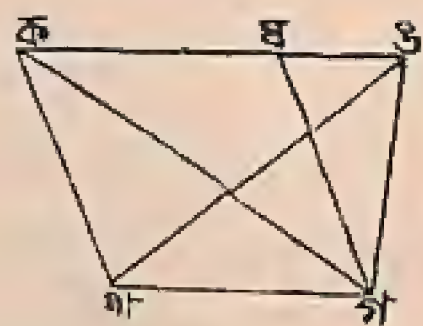
৪১ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য ।

আকৃতি ২ বিধ ।

যদি এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্র, আৰু এটা ত্ৰিভুজ, একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকে, তেন্তে সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটো ত্ৰিভুজটোৰ দুগুণ হ'ব ।

কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্র আৰু খগঙ ত্ৰিভুজ ; খগ ভূমিৰ ওপৰত, খগ আৰু কঙ, একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত আছে, এতেকে কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্র খগঙ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ হ'ব । ক আৰু গ সংলগ্ন কৰা ।

এতিয়া, কখগ আৰু খগঙ ত্ৰিভুজ দুটা পৰস্পৰ সমান (৩৯ প্র) ; কিয়নো, সিহঁত, একে খগ ভূমিৰ ওপৰত একে খগ আৰু কঙ সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত আছে ; কিন্তু কখগঘ সমান্তৰাল



ক্ষেত্র কখগ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ, কাৰণ কগ শ্ৰুতিয়ে তাক সমানে দুই খণ্ড কৰিছে (৩৪ প্র) ; সুতৰাং কখগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটো খগঙ ত্ৰিভুজৰও দুগুণ । অতএব, যদি এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্র ইত্যাদি ।

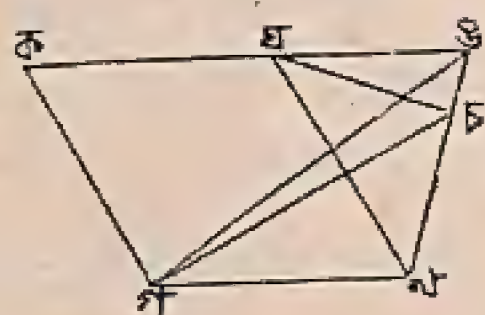
৪১ প্রতিজ্ঞাৰ বিপৰীত প্রতিজ্ঞা ।

যদি কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্র কোনো ত্ৰিভুজৰ দুগুণ হয়, আৰু যদি সিহঁত একে ভূমিৰ ওপৰত কিম্বা একে সবল বেখাৰ

সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে থাকে, তেন্তে দুয়ো
একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকিব।

কথগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, গখঙ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ আৰু সিহঁত
একে গথ ভূমিৰ ওপৰত একে ফালে আছে, এতেকে, দুয়ো
একে সমান্তৰাল সবল বেখাৰ মাজত থাকিব। য আৰু ঙ
সংলগ্ন কৰা।

এতিয়া, কঙ বেখা খগ বেখাৰ
সমান্তৰাল হ'ব; যদি নহয় বোলা,
ঘ বিন্দুৰ মাজেদি গথ সবল বেখাৰ
সমান্তৰাল কৰি ঘচ টানা (৩১ প্ৰ)।



আৰু ঘচ, খঙ সবল বেখাই সৈতে চ বিন্দুত মিল হওক; চ
আৰু গ লগাই দিয়া।

এতিয়া, কথগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ আৰু গখচ ত্ৰিভুজ, দুয়ো
একে গথ ভূমিৰ ওপৰত, গথ আৰু কঘচ একে সমান্তৰাল সবল
বেখাৰ মাজত আছে, এতেকে কথগঘ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ গখচ
ত্ৰিভুজৰ দুগুণ (৪১ প্ৰ) ; আৰু কথগঘ ক্ষেত্ৰ গখঙ ত্ৰিভুজৰও
দুগুণ (কল্পনা) ; এতেকে গখচ ত্ৰিভুজ গখঙ ত্ৰিভুজৰ সমান ;
কিন্তু গখঙ ত্ৰিভুজ গঘচ ত্ৰিভুজতকৈ ডাঙ্গৰ (৯ স্ব) ; এই
নিমিত্তে কঘচ সবল বেখা গথ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল নহয়।
সেই লেখিয়া, কঙ বাজে, খ বিন্দুৰ মাজেদি টনা আন কোনো
সবল বেখাই খগ সবল বেখাৰ সমান্তৰাল হ'ব নোৱাৰে বুলি

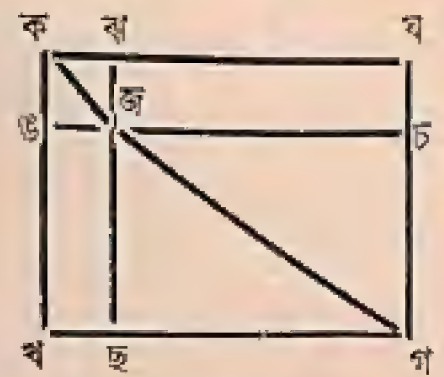
এতিয়া, গঙচছ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ। আৰু কখঙ কঙগ
 ত্ৰিভুজ দুটা খঙ, ওগ এই সমান সমান ভূমিৰ ওপৰত একে
 ফালে, আৰু খগ আৰু কছ একে সমান্তৰাল সৰল বেখাৰ
 মাজত আছে; এতেকে, সিহঁত সমান (৩৮ প্ৰ) ; সুতৰাং
 কখগ ত্ৰিভুজ কঙগ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ; কিন্তু চঙগছ সমান্তৰাল
 ক্ষেত্ৰটোও কঙগ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ (৪১ প্ৰ) ; কিয়নো, সিহঁত
 একে ওগ ভূমিৰ ওপৰত, ওগ আৰু কছ একে সমান্তৰাল সৰল
 বেখাৰ মাজত আছে। সুতৰাং ছঙগছ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটো
 কখগ ত্ৰিভুজৰ সমান (৬ স্ব) ; আৰু তাৰ ভিতৰৰ চঙগ
 কোণটো ঘ কোণৰ সমান (ক্ৰিয়া) ; সুতৰাং এটা নিকপিত
 সৰল বৈখিক কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তৰাল
 ক্ষেত্ৰ সাজা হ'ল।

৪৩ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

কোনো সমান্তরাল ক্ষেত্রৰ শ্ৰুতি, তাৰ ভিতৰৰ যি যি সমান্তরাল ক্ষেত্রৰ মাজেদি যায়, সিহঁতৰ অনুপূৰক ক্ষেত্র দুটা পৰস্পৰ সমান।

কথগঘ এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র; কগ তাৰ শ্ৰুতি, ঙঝ আৰু চছ তাৰ ভিতৰৰ সমান্তরাল ক্ষেত্র, যাৰ মাজেদি কগ গৈছে আৰু খজ, জঘ আন দুটা সমান্তরাল ক্ষেত্র যি যি লগালাগি গোটেই কথগঘ ক্ষেত্ৰটো পূৰ্ত্তি কৰিছে, আৰু এই কাৰণেই সিহঁত দুইকো অনুপূৰক ক্ষেত্র বোলে। এতিয়া, খজ অনুপূৰক জঘ অনুপূৰকৰ সমান হব।

কাৰণ, কথগঘ এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র আৰু কগ তাৰ শ্ৰুতি; এতেকে কথগ ত্ৰিভুজ কঘগ ত্ৰিভুজৰ সমান (৩৪ প্র)। আকৌ ঙজঝক এটা সমান্তরাল ক্ষেত্র, কজ তাৰ শ্ৰুতি, এতেকে, কঙজ ত্ৰিভুজ কঝজ ত্ৰিভুজৰ সমান (৩৪ প্র); সেই একে কাৰণে জছগ ত্ৰিভুজ জচগ ত্ৰিভুজৰ সমান; সুতৰাং কঙজ আৰু জছগ ত্ৰিভুজ দুটা কঝজ আৰু জচগ ত্ৰিভুজ দুটাই মৈতে সমান (২০ স্ব); কিন্তু গোটেই কথগ ত্ৰিভুজটো গোটেই কগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান বুলি পূৰ্বে দেখুৱা হৈছে। সুতৰাং বাকী



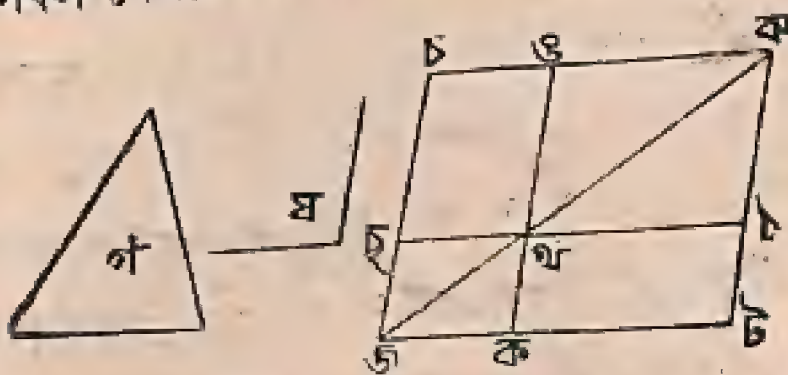
খজ অনুপূৰক বাকী জঘ অনুপূৰকৰ সমান (৩ স্ব)। অতএব,
কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ ইত্যাদি।

৪৪ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য।

আকৃতি নানাবিধ।

কোনো নিকপিত ত্ৰিভুজৰ সমান আৰু কোনো নিকপিত
সৰল বৈখিক কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তৰাল
ক্ষেত্ৰ, এটা নিকপিত সৰল বেখাই সৈতে সংলগ্ন কৰিব
লাগিব।

কথ এটা নিকপিত সৰল বেখা, গ এটা নিকপিত ত্ৰিভুজ
আৰু ঘ নিকপিত সৰল বৈখিক কোণ। এতিয়া, গ ত্ৰিভুজৰ
সমান আৰু ঘ কোণৰ সমান এটা কোণ থকা, এটা সমান্তৰাল
ক্ষেত্ৰ কথ সৰল বেখাই সৈতে সংলগ্ন কৰিব লাগিব।



গ ত্ৰিভুজৰ সমান আৰু ঘ কোণৰ সমান এটা কোণ থকা

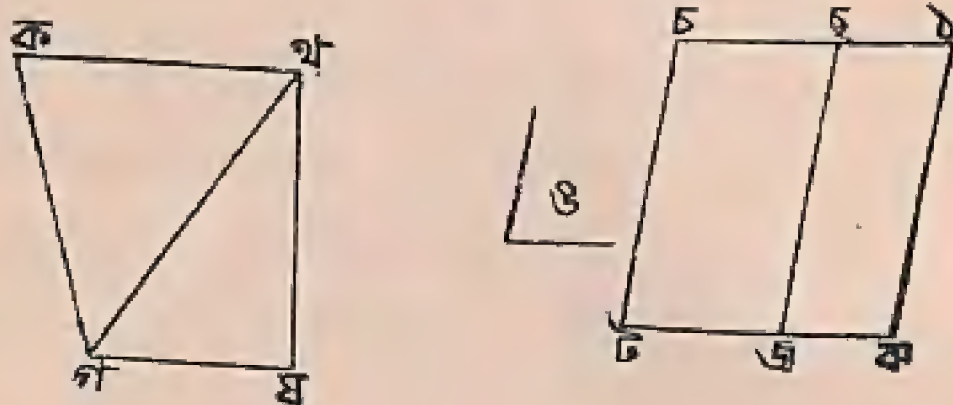
খঙচছ নামে এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এনেকুৱাকৈ সাজা, যেন
 তাৰ খঙ ভুজ কখ বেখাই সৈতে একে বেখা হৈ থাকে, আৰু
 ঙখছ কোণ ঘ কোণৰ সমান হয় (৪২ প্ৰ) । চছ ভুজ জলৈ
 বঢ়াই দিয়া, ক বিন্দুৰ মাজেদি খছ বা ঙচ বেখাৰ সমান্তৰাল
 কৰি কজ টানা (৩১ প্ৰ) ; জ আৰু খ সংলগ্ন কৰা । এতিয়া,
 কজ আৰু ঙচ দুই সমান্তৰাল সৰল বেখা, চজ দুইবোৰ লগত
 সন্মিলিত হৈছে, এতেকে, কজচ আৰু জচঙ কোণ দুটা দুই
 সমকোণৰ সমান (২৯ প্ৰ) ; সূতবাং খজচ আৰু জচঙ কোণ
 দুটা, দুই সমকোণতকৈ সৰু ; কিন্তু এটা সৰল বেখা আন
 দুটা সৰল বেখাই সৈতে সন্মিলিত হ'লে যদি একে ফালৰ
 ভিতৰ কোণ দুটা দুই সমকোণতকৈ সমান হয়, তেন্তে সেই
 দুই সৰল বেখা বঢ়ালে যি ফালৰ ভিতৰ কোণ দুই সম-
 কোণতকৈ সৰু সেই ফালে মিল হ'ব (১২ স্ব) । এতেকে,
 জখ আৰু চঙ বঢ়ালে মিলিব ; দুইকো বঢ়োৱা যাওক আৰু
 সিহঁত ৰা বিন্দুত যায় মিলকগৈ ; আৰু ঙক বা চজ বেখাৰ
 সমান্তৰাল কৰি ৰা বিন্দুৰ পৰা ৰাট টানি ছখ আৰু জক বঢ়াই
 দিয়া যাক ; আৰু, সিহঁত ৰাট বেখাই সৈতে, ট আৰু ঠ বিন্দুত
 গৈ মিলক । এতিয়া, টৰাচজ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, আৰু
 জৰা তাৰ শ্ৰুতি ; কছ আৰু ঙঠ দুটা আন সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ,
 যাৰ মাজেদি জৰা শ্ৰুতি গৈছে আৰু খট গচ সিহঁতৰ অনুপূৰক ;
 এতেকে, খট অনুপূৰক খচ অনুপূৰকে সৈতে সমান (৪৩ প্ৰ) ;
 কিন্তু খচ অনুপূৰক গ ত্ৰিভুজৰ সমান, সূতবাং খট অনুপূৰকও

গ ত্ৰিভুজৰ সমান। আকৌ, ছখঙ কোণ, কখঠ কোণৰ সমান
 (১৫ প্ৰ) ; কিন্তু ছখঙ কোণ ঘ কোণৰ সমান, শূতৰাং কখঠ
 কোণও ঘ কোণৰ সমান। এতেকে, এটা নিকপিত ত্ৰিভুজৰ
 সমান আৰু এটা নিকপিত কোণৰ সমান এক কোণ থকা এটা
 সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, এটা নিকপিত সৰল বেখাই সৈতে সংলগ্ন
 কৰা হ'ল।

৪৫ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য ।

কোনো নিকৃপিত সৰল বৈখিক ক্ষেত্রৰ সমান আৰু কোনো নিকৃপিত সৰল বৈখিক কোণৰ সমান এটা কোণ থকা সমান্তৰাল ক্ষেত্র আঁকিব লাগিব ।

কথগঘ এটা নিকৃপিত সৰল বৈখিক ক্ষেত্র আৰু ও এটা নিকৃপিত সৰল বৈখিক কোণ, কথগঘ ক্ষেত্রৰ সমান আৰু ও কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্র আঁকিব লাগিব । খ আৰু গ সংলগ্ন কৰা ।



এতিয়া, কথগ আৰু খগঘ দুটা ত্ৰিভুজ । কথগ ত্ৰিভুজৰ সমান চজ নামে এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্র এইদৰে আঁকা যেন তাৰ চটজ কোণ ও কোণৰ সমান হয় (৪২ প্র) । আৰু খগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান ছজ নামে এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্র ছজ বেখাত এনেদৰে সংলগ্ন কৰা, যেন তাৰ ছজঝ কোণ ও কোণৰ সমান হয় (৪৪ প্র) ; এতিয়া, চট ঝ ঞ ক্ষেত্ৰটো সমান্তৰাল ক্ষেত্র হ'ব ।

কাৰণ, চটজ আৰু ছজৰ কোণ দুটা প্ৰত্যেকে ও কোণৰ সমান ; এতেকে, চটজ কোণ ছজৰ কোণে সৈতে সমান ; টজছ কোণ দুয়ো সৈতে যোগ কৰা, সুতৰাং চটজ আৰু টজছ কোণ একত্ৰ যোগে টজছ আৰু ছজৰ কোণৰ সমান। কিন্তু চটজ আৰু টজছ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান (২৯ প্ৰ)। সুতৰাং টজছ আৰু ছজৰ কোণ দুটাও দুই সমকোণৰ সমান। এতিয়া, ছজ সৰল বেখাৰ জ বিন্দুত টজ আৰু বজ দুটা সৰল বেখা সেই বিন্দুৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি দাঁতিৰ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে, এই নিমিত্তে টজ আৰু বজ একে সৰল বেখাহৈ আছে (১৪ প্ৰ)।

আকৌ, ছজ সৰল বেখা চছ আৰু টজ দুই সমান্তৰাল সৰল বেখাহৈ সৈতে সন্মিলিত হৈ চছজ আৰু ছজৰ কোণ দুটাক পৰস্পৰ সমান কৰিছে (২৯ প্ৰ) ; এই দুই সমান কোণ সৈতে ঠছজ কোণ যোগ কৰা, এতেকে, চছজ আৰু ঠছজ কোণ দুটা একত্ৰ ঠছজ আৰু ছজৰ কোণৰ সমান কিন্তু ঠজৰ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান (২৯ প্ৰ)। আৰু ছজৰ কোণ দুটা, দুই সমকোণৰ সমান ; সেই সুতৰাং চছজ আৰু ঠছজ কোণও দুই সমকোণৰ সমান ; সেই নিমিত্তে চছ আৰু ঠছ একে সৰল বেখাহৈ আছে (১৪ প্ৰ)।

আকৌ, চট, ছজ সৰল বেখাৰ, আৰু ছজ, ঠৰা সৰল বেখাৰ সমান্তৰাল ; এই হেতুকে চট আৰু ঠৰা পৰস্পৰ সমান্তৰাল। চট আৰু ঠৰা সমান্তৰাল বুলি পূৰ্বে প্ৰমাণ হৈছে, এতেকে, চট ঠৰা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, আৰু চজ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰটো

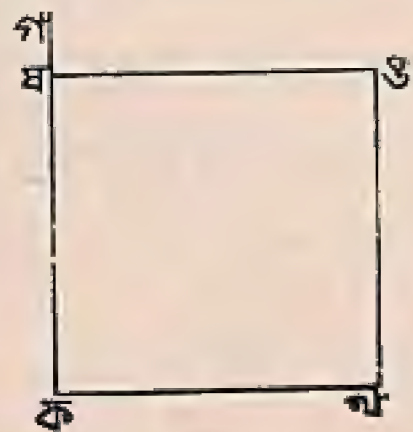
কথগ ত্ৰিভুজৰ আৰু ছৰা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, খগঘ ত্ৰিভুজৰ সমান (ক্ৰিয়া) ; সুতৰাং গোটেই চৰা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ, গোটেই কথগঘ সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰটোৰ সমান। এতেকে কথগঘ নিকপিত সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰৰ সমান, আৰু ঙ নিকপিত কোণৰ সমান এটা কোণ থকা এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ অঁকা হ'ল।

যেতিয়া, সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰটো ছাইতাতকৈ বেশি ভুজৰ হয়, তেতিয়া পূৰ্বৰ দৰে চুকিয়াচুকি বেথা টানি তাক ত্ৰিভুজ অঁকি ল'বা। আৰু তাৰে এটা ত্ৰিভুজৰ সমান কৰি প্ৰথমে এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ অঁকিবা। সেই ক্ষেত্ৰটোৰ লগত দ্বিতীয় ত্ৰিভুজৰ সমান কৰি দ্বিতীয় সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এটা সংলগ্ন কৰিবা, তাৰ লগত আকৌ তৃতীয় সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এটা, তৃতীয় ত্ৰিভুজৰ সমান কৰি সংলগ্ন কৰি অঁকিবা, এই লেখিয়া, যিমান ত্ৰিভুজ থাকে সিমান সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ এটা এটাকৈ সংলগ্ন কৰি যাবা, পাছত প্ৰতিজ্ঞাৰ প্ৰমাণৰ নিচিনাকৈ প্ৰমাণ কৰিবা।

৪৬ প্রতিজ্ঞা—সম্পাদ্য ।

এটা নিকপিত সবল বেখাৰ ওপৰত এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ আঁকিব লাগিব। কথ এটা নিকপিত সবল বেখা তাৰ ওপৰত এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ আঁকিব লাগিব।

কথ বেখাৰ ক বিন্দুৰ পৰা তাৰ ওপৰত কগ লম্ব টানা (১১ প্ৰ) কঘ, কথ বেখাৰ সমান কৰি লোৱা (৩ প্ৰ)। ঘ বিন্দুৰ মাজেদি কথ বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি ঘঙ, আকৌ, কঘ বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি খ বিন্দুৰ মাজেদি খঙ টানা (৩১ প্ৰ)। খঙ ঘঙ বেখা ঙ বিন্দুত মিল হওক।



এতিয়া, কথঙঘ এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ ; তাৰ কথ ভূজ ঘঙ ভূজে সৈতে, কঘ ভূজ খঙ ভূজে সৈতে সমান (৩৪ প্ৰ) ; আৰু কথ ভূজ কঘ ভূজে সৈতে সমান (ক্ৰিয়া) ; এতেকে কথ, খঙ, ঘঙ আৰু কঘ চাৰোটো ভূজ পৰস্পৰ সমান। সুতৰাং ক্ষেত্ৰটো সমবাহুক আৰু তাৰ কোণ চাইটোও সমকোণ ; কাৰণ কঘ সবল বেখা কথ আৰু ঘঙ দুই সমান্তৰাল সবল বেখাৰ ওপৰত পৰি পেলায় খকঘ আৰু কঘঙ একে ফালৰ ভিতৰ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ সমান কৰিছে (২৯ প্ৰ)। আৰু খকঘ এটা সমকোণ (ক্ৰিয়া) ; সুতৰাং কঘঙ কোণটোও এক

সমকোণ। আকৌ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ সম্মুখস্থ কোণবিলাক সমান, এতেকে খকঘ আৰু কঘঙ কোণ দুটাৰ সম্মুখস্থ কখঙ আৰু খঙঘ কোণ দুটাও প্ৰত্যেকে সমকোণ (৩৪ প্ৰ) ; সুতৰাং ক্ষেত্ৰটোৰ চাৰিওটা কোণ সমকোণ। আৰু তাৰ ভূজ চাইটা সমান বুলি পূৰ্বেৰ প্ৰমাণ হৈছে ; সুতৰাং কখঘঙ এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ আৰু তাক এটা নিকপিত সৰল ৰেখাৰ ওপৰত অঁকা গ'ল।

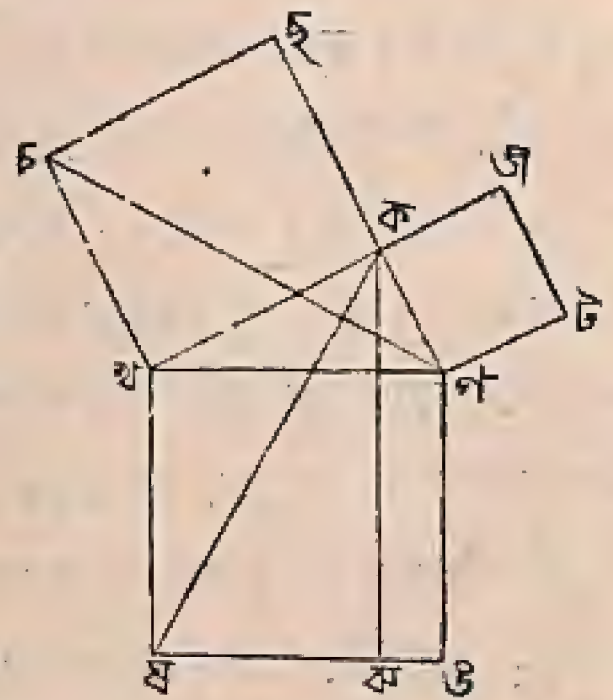
অনুমান। এই প্ৰতিজ্ঞাৰ পৰা জানিব পাৰি যে, সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ এটা কোণ সমকোণ হ'লে তাৰ আটাইবোৰ কোণ সমকোণ হ'ব।

৪৭ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

আকৃতি নানাবিধ।

সমকোণি ত্রিভুজৰ কৰ্ণৰ অৰ্থাৎ সমকোণৰ সম্মুখস্থ ভূজৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ, তাৰ আন দুই ভূজৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ দুটাৰ সমান হ'ব।

কথগ এটা সমকোণি ত্রিভুজ আৰু খকগ তাৰ সমকোণ কথ বেখাৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰটো কথ আৰু কগ বেখাৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰৰ দুটাৰ সমান হ'ব।



খগ, কথ আৰু কগ বেখাৰ ওপৰত ক্ৰমে খঙ, খছ আৰু গজ বৰ্গক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা (৪৬ প্ৰ);

খঘ বা গঙ বেখাৰ সমান্ত-

ৰাল কৰি ক বিন্দুৰ মাজেদি কৰা টানা (৪৩ প্ৰ); ক, ঘ আৰু চ গ সংলগ্ন কৰা।

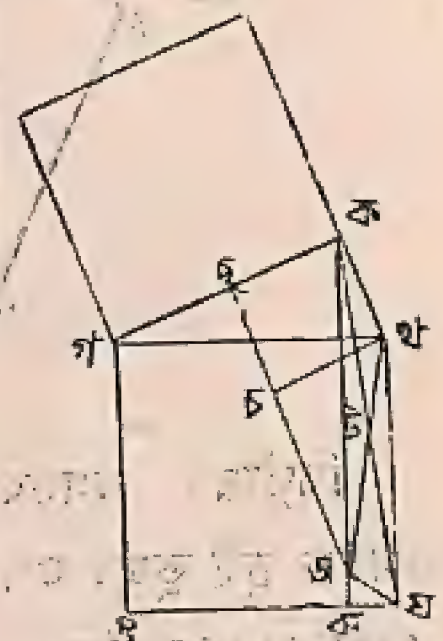
এতিয়া, খকগ কোণ এটা সমকোণ (কল্পনা); আৰু খকছ কোণও এক সমকোণ (৩০ সং); এতেকে, কথ সৰল বেখাৰ ক বিন্দুত কগ আৰু কছ দুটা সৰল বেখা তাৰ বিপৰীত ফালৰ পৰা আহি, একে ফালৰ দাঁতিৰ কোণ দুটাক দুই সমকোণৰ

সমান কৰিছে, স্মৃতবাং কগ আৰু কছ একে সৰল বেখাইহৈ আছে (৪ প্রঃ) ; সেই লেখিয়া, কখ আৰু কজ সৰল বেখা দুটাও একে সৰল বেখাইহৈ আছে । আকৌ গখঘ আৰু কখচ কোণ প্রত্যেকে সমকোণ, স্মৃতবাং সিহঁত সমান । এই দুই সমান কোণে সৈতে কখগ কোণ যোগ কৰা, এতেকে কখঘ গোটেই কোণটো, চখগ গোটেই কোণৰ সমান (২ স্ব) ; এতিয়া, কখঘ ত্ৰিভুজৰ কখ আৰু খঘ ভূজ ক্ৰমে চখগ ত্ৰিভুজৰ খচ আৰু খগ ভূজে সৈতে সমান ; আৰু সমান সমান ভূজৰ মধ্যবৰ্তী কখঘ কোণ চখগ কোণৰ সমান ; এতেকে, কঘ ভূমি গচ ভূমিৰ সমান (৪ প্র) ; আৰু কখঘ ত্ৰিভুজ চখগ ত্ৰিভুজৰ সমান । কিন্তু কখঘ ত্ৰিভুজ আৰু খঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ দুয়ো খঘ একে ভূমিৰ ওপৰত কঘ আৰু কঝ একে সমান্তৰাল সৰল বেখাৰ মাজত আছে, এতেকে খঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ কখগ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ (৪১ প্র) ; আৰু খছ বৰ্গক্ষেত্ৰ চখগ ত্ৰিভুজৰ দুগুণ ; কিয়নো, সিহঁতও খচ একে ভূমিৰ ওপৰত খচ আৰু কছ একে সমান্তৰাল সৰল বেখাৰ মাজত আছে । যি যি বস্তু কোনো এক বস্তুৰ দুগুণ সিহঁত পৰস্পৰ সমান, স্মৃতবাং খঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ খঝ বৰ্গক্ষেত্ৰৰ সমান (৬ স্ব) । সেই মতে, ক, ঙ আৰু খ, ট সংলগ্ন কৰিলে গঝ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ গজ বৰ্গক্ষেত্ৰৰ সমান প্রমাণ হ'ব । এতেকে, খঘঙগ গোটেটো বৰ্গক্ষেত্ৰ খছ আৰু গজ বৰ্গক্ষেত্ৰ দুটাৰ সমান (২ স্ব) ; আৰু খঘঙগ, খগ বেখাৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ । খছ আৰু গজ

ক্ষেত্র কখ আক কগ বেখার ওপবত অঁকা বর্গক্ষেত্র । এতেকে, খগ বেখার ওপবত অঁকা বর্গ, কখ আক কগ বেখার ওপবত অঁকা বর্গ দুটাৰ সমান । অতএব, সমকোণি ত্রিভুজৰ ইত্যাদি ।

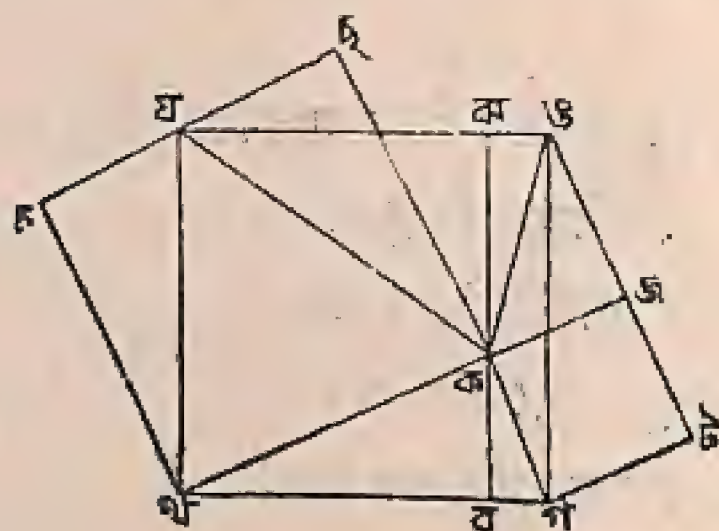
৪৬ প্রতিজ্ঞাব ভিন্ ভিন্ আকৃতি আক প্রমাণ ।

প্রথম । যেতিয়া ত্রিভুজটোৰ ওপৰে এটা আক তলে দুটা বর্গক্ষেত্র থাকে । ক বিন্দুৰ মাজেদি খঘ বা গঙ বেখাৰ সমান্তৰাল কৰি কখ টানা (৩১ প্র) । কখ, খগ বেখাৰ ঠ বিন্দুত আক ঘঙ বেখাৰ ঝ বিন্দুত মিল হওক ; আক ছচ বাঢ়ি যায় জ বিন্দুত মিলক ; ক, ঘ আক খ, জ আক ঘ, জ সংলগ্ন কৰা ।



\therefore কখগ ত্রিভুজ = খজঘ ত্রিভুজ (৩৭ প্র) ; আত সামান্য খটঘ ত্রিভুজ বাদে কখট ত্রিভুজ = জঘট ত্রিভুজ । \therefore কখঘ ত্রিভুজ = ঘজঘ ত্রিভুজ ; \therefore কখঘ ত্রিভুজ + কটজ ত্রিভুজ = খজঘ ত্রিভুজ + খজঝ ত্রিভুজ (২ স্ব) ; সমান কখট আক ঘজট ত্রিভুজ বাদে, খটঘ ত্রিভুজ = কটজ ত্রিভুজ ; \therefore কখট ত্রিভুজ + কটজ ত্রিভুজ অর্থাৎ কখজ ত্রিভুজ = ঘজট ত্রিভুজ + খজঝ ত্রিভুজ অর্থাৎ খজঘ ত্রিভুজ । কিন্তু কখচছ বর্গ = ২ কখজ ত্রিভুজ (৪১ প্র) ; আক খঘজঠ সমান্তৰাল = ২ খজঘ

ত্রিভুজ (৪ প্র) ; \therefore কখচছ বর্গ = খঘজঠ সমান্তরাল ক্ষেত্র ।
বাকী প্রমাণ প্রতিজ্ঞাত যেনে আছে ।



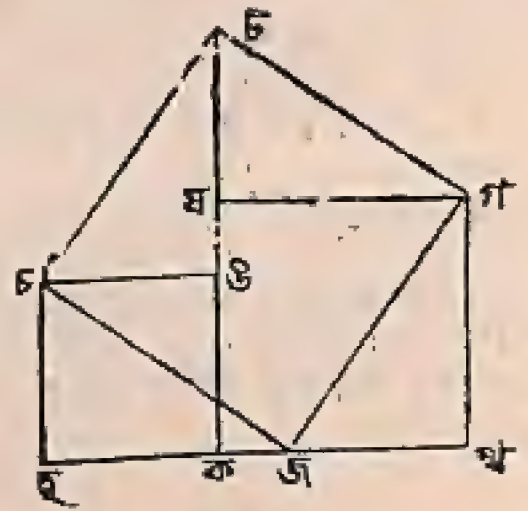
দ্বিতীয় । খগঙঘ, কর্ণর ওপবত সজা বর্গ ; কখচছ আক
কগটজ দুই ভুজর ওপবত বর্গ । এতিয়া, তিনো বর্গ ত্রিভুজর
ওপব ফালে আছে ।

খঘ ভুজর ঘ বিন্দু চছ ভুজত পবিছে ; টজ ভুজ বাটি ও
বিন্দুত আক ঝক বাটি খগ ভুজর ব বিন্দুত মিলিছে । \therefore ঘ
আক ক, ও সংলগ্ন কবা ।

\therefore কচ বর্গ = ২ কখঘ ত্রিভুজ, কাবণ সিহঁত কখ একে
ভূমির ওপবত কখ আক চছ একে সমান্তরালর মাজত আছে
(৪১ প্র) । আকৌ, খ সমান্তরাল ক্ষেত্র ২ = কখঘ ; কাবণ
সিহঁত একে খঘ ভূমির ওপবত খঘ আক বঝা একে সমান্তরালর
মাজত আছে (৪১ প্র) । \therefore কচ বর্গ = খঝ সমান্তরাল ক্ষেত্র
(৬ স্ব) । বাকী বর্গটোবও সেইয়ে প্রমাণ ।

তৃতীয়। যেতিয়া বর্গক্ষেত্র কেইটা বেলেগ বেলেগ ঠাইত থাকে।

কচ আক কগ বর্গ দুটা এনেদবে লগকৈ বাখা, দুইবো ভূমি যেন একে সবল বেখাহৈ থাকে; কঘ বেখা ট লৈ বঢ়াই দিয়া, ছজ আক ওট বেখা দুটা কথ ভুজৰ সমান কৰি লোৱা।



চ, জ আক জ, গ আক গ, ট আক ট সংলগ্ন কৰা।

\therefore ছজ = কথ (ক্রিয়া)। \therefore ছজ—কজ অৰ্থাৎ কছ = কথ—কজ অৰ্থাৎ খজ। \therefore চছ = কছ বা খজ, \therefore খগ = কথ বা চজ, \therefore ছজ + চছ = খগ + খজ; জখগ কোণ = চছজ কোণ বা চজ, \therefore ছজ + চছ = খগ + খজ; জখগ কোণ = চছজ কোণ (৪ প্র)। (১১ স্ব); \therefore চজ = জগ আক \triangle চছজ = \triangle জখগ (৪ প্র)। সেই লেখিয়া, চঙট, গঘট, চছজ আক জগখ চাৰোটা ত্ৰিভুজ আক চজ, জগ, গট আক টচ চাৰো বেখা পৰস্পৰ সমান প্রমাণ হয়। সুতৰাং চজগট ক্ষেত্রৰ ভুজ চাইটা সমান। আক তাৰ কোণ চাইটাও সমকোণ। \therefore গঘট কোণ = খকঘ কোণ (২৯ প্র); কিন্তু খকঘ কোণ = ১ সমকোণ, \therefore গঘট কোণ = ১ সমকোণ। সেই নিমিত্তে ঘটগ কোণ + টগঘ কোণ = ১ সমকোণ। আক টগঘ কোণ = চটঙ কোণ (৪ প্র); \therefore চটগ কোণ = ১ সমকোণ। ক্ষেত্রটোৰ চাৰো কোণ সমকোণ (অ, ৪৬ প্র); এতেকে, চজগট এটা বর্গক্ষেত্র।

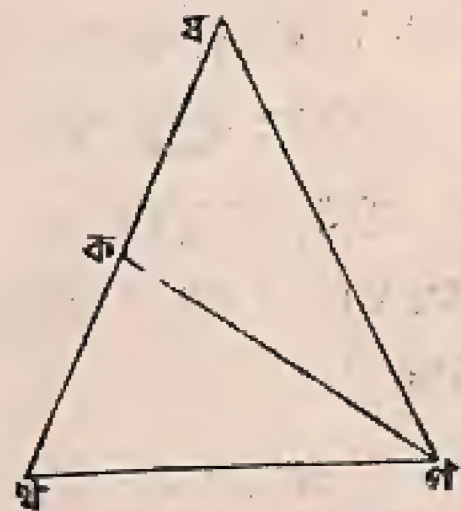
ত্রিভুজ চাইটা সমান যে তাৰে আগেয়ে প্রমাণ হৈছে।
 এতিয়া, গোটেই ক্ষেত্ৰটোৰ পৰা চণ্ড আৰু টম্বুগ ত্ৰিভুজ বাদ
 দিলে কচ আৰু কগ বৰ্গ বাকী থাকে, চহুজ, আৰু জখগ ত্ৰিভুজ
 বাদ দিলে চগ বৰ্গ বাকী থাকে। এতেকে, চগ বৰ্গ কচ আৰু
 কগ বৰ্গ দুটাৰ সমান (৩ স্ব)। আৰু চগ বৰ্গ জগ কৰ্ণৰ
 ওপৰত অঙ্কিত আছে, কচ আৰু কগ বৰ্গ জখ আৰু গখ ভুজৰ
 ওপৰত অঙ্কিত বৰ্গৰ তুল্য।

৪৮ প্রতিজ্ঞা—উপপাদ্য।

কোনো ত্রিভুজৰ এভুজত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ আন দুই ভুজত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ দুটাৰ সমান হ'লে সেই দুই ভুজৰ মধ্যবৰ্তী কোণ সমকোণ হ'ব।

কথগ এটা ত্রিভুজ। তাৰ খগ ভুজত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ কখ আৰু কগ ভুজত অঁকা বৰ্গক্ষেত্ৰ দুটাৰ সমান; এতেকে, কখগ কোণ সমকোণ হ'ব।

খক সৰল বেখাৰ ক বিন্দুৰ পৰা কগ সৰল বেখাৰ লম্ব কৰি কঘ টানা (১১ প্র); কঘ, কখ বেখাৰ সমান কৰি লোৱা (৩ প্র), গ আৰু ঘ সংলগ্ন কৰা।



এতিয়া, কঘ আৰু কখ সমান (ক্ৰিয়া), স্মৃতিৰাং কঘ বেখাৰ বৰ্গ কখ বেখাৰ বৰ্গৰ সমান। এই দুই সমান বস্তুয়ে সৈতে কগ বেখাৰ বৰ্গ যোগ কৰা, এতেকে, কঘ আৰু কগ বেখাৰ বৰ্গ একত্ৰ কথ আৰু কগ বেখাৰ বৰ্গে সৈতে সমান। কিন্তু কখ আৰু কগ বেখাৰ বৰ্গ গঘ বেখাৰ বৰ্গে সৈতে সমান (৪৭ প্র)। কিয়নো, গকঘ কোণ সমকোণ। আকৌ, কখ আৰু কগ বেখাৰ বৰ্গ খগ বেখাৰ বৰ্গে সৈতে সমান বুলি কল্পনা কৰা হৈছে; এতেকে গঘ বেখাৰ বৰ্গ খগ বেখাৰ বৰ্গে

সৈতে সমান। সুতৰাং গঘ ভুজ খগ ভুজৰ সমান। এতিয়া
কখগ আৰু কগঘ দুটা ত্ৰিভুজ, সিহঁতৰ কখ আৰু কঘ ভুজ
পৰস্পৰ সমান, আৰু কগ ভুজ দুয়ো ত্ৰিভুজৰ সমান; এতেকে,
কঘ আৰু কগ ভুজ ক্ৰমে কখ আৰু কগ ভুজৰ সমান, গঘ
ভূমি খগ ভূমিৰ সমান বুলি ওপৰত প্ৰমাণ হৈছে; সুতৰাং
ঘকগ কোণ খকগ কোণৰ সমান (৮ প্ৰ); কিন্তু ঘকগ
কোণটো সমকোণ সুতৰাং খকগ কোণো সমকোণ। অতএব,
কোনো ত্ৰিভুজৰ।

(ক) কোনো বৰ্গক্ষেত্ৰৰ এটা ভুজৰ পৰিমাণ জনা থাকিলে
তাৰ বৰ্গ অৰ্থাৎ কালি কিমান ওলুৱাব পাৰি। যেনে ওপৰত
প্ৰমাণ হোৱা ত্ৰিভুজৰ কখ ভুজৰ পৰিমাণ জানিবা ৩ ইঞ্চি,
এতিয়া, তাৰ ওপৰৰ অঙ্কিত বৰ্গক্ষেত্ৰটোৰ কালি $= ৩ \times ৩ =$
বৰ্গ ইঞ্চি।

(খ) কোনো বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কালি জনা থাকিলে তাৰ বৰ্গমূল
অৰ্থাৎ প্ৰতি ভুজৰ পৰিমাণ জনা যায়। যেনে, ওপৰত যি
ক্ষেত্ৰটোৰ কালি ৯ বৰ্গ ইঞ্চি ওলায়ছে, তাৰ ভুজৰ পৰিমাণ $=$
 $\sqrt{৯} = ৩$ ইঞ্চি। কিন্তু সকলো ঠাইত ভুজৰ পৰিমাণ এনে
ঠিককৈ ওলাব নহয়।

এতিয়া, স্পষ্ট বুজিব পাৰা যে, বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কালি বুলিলে যি
বৰ্গ বুলিলেও সেই; আৰু বৰ্গক্ষেত্ৰৰ ভুজ বুলিলে যি বৰ্গমূল
বুলিলেও সেইয়ে।

(গ) যি যি আখৰদি বৰ্গক্ষেত্ৰৰ এটা ভুজৰ নাম থোৱা

যায়, সেই আখৰ কেইটাৰ কিম্বা সেই ভুক্তৰ পৰিমাণ অঙ্কটোৰ ওপৰৰ সোঁ হাতে সৰুকৈ এটা (২) লেখিলে তাৰ বৰ্গ বুজায়, যেনে কথ ২ বা ৬।

(ঘ) যি যি আখৰদি বৰ্গক্ষেত্ৰৰ নাম থোৱা যায়, সেই আখৰ কেইটাৰ কিম্বা তাৰ পৰিমাণ অঙ্কটোৰ ওপৰত সোঁ হাতে সৰুকৈ এটা (৩) লেখিলে বা সিহঁতৰ আগফালে (১/) এই চিহ্নটো দিলে তাৰ বৰ্গমূল বুজায়। যেনে খঘ ৩ বা ১/খঘ ; ৯৩ বা ১/৯।

অনুশীলন ।

১। ১ম প্রতিজ্ঞাটো নিকপিত সবল বেখাৰ তলৰ ফালে ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰি প্ৰমাণ কৰা।

২। কোনো নিকপিত সবল বেখাৰ সমান ভুজ বিশিষ্ট এটা বস্তুস ক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা।

৩। ১ম, দ্বিতীয় প্রতিজ্ঞাৰ আকৃতিত ত্ৰিভুজটোৰ ভুজ প্ৰথমে বঢ়াই নিদি পেলায় প্রতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা। ২য়, নিকপিত সবল বেখাৰ এটা মূৰ নিকপিত বিন্দু ধৰি, তাৰ তলৰ ফালে ত্ৰিভুজ অঙ্কিত আৰু ত্ৰিভুজৰ ভুজ দুটা ওপৰৰ ফালে বৃদ্ধি কৰি তাক প্ৰমাণ কৰা।

৪। দুটা সবল বেখাৰ সমষ্টি কিম্বা অন্তৰ যিমান, তিমান দীঘল কৰি এটা সবল বেখা টানা।

৫। ১ম প্রতিজ্ঞাৰ আকৃতিত, দুই বস্তুৰ ছেদ বিন্দু দুটা সংলগ্ন কৰিলে আৰু সিহঁতৰ কেন্দ্ৰও সংলগ্ন কৰিলে, দুয়ো সবল বেখা পৰস্পৰ লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ডিত হ'ব।

৬। যদি দুই সবল বেখা লম্বভাবে পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত হয়, তেনেহলে সিহঁতৰ এটাৰ ওপৰত য'তে ত'তে বিন্দু লই আনটোৰ দুয়ো মূৰলৈ সবল বেখা টানিলে যি যি ত্ৰিভুজ হ'ব, সিহঁত সমদ্বিবাহুক হ'ব।

৭। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজৰ ভূমি, দুয়ো মূৰে বঢ়ালে বহিঃস্থ কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান হ'ব।

৮। যদি দুটা সমান সৰল বেখাই কোনো ত্রিভুজৰ ভূমিৰ কোণ দুটাক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে, তেনেহ'লে সেই ত্রিভুজটো সমদ্বিবাহুক।

৯। সমদ্বিবাহু ত্রিভুজৰ ভূমিৰ কোণ দুটাক সমদ্বিখণ্ডিত কৰি দুটা সৰল বেখা টানিলে যি ত্রিভুজ হ'ব সেইটোও সমদ্বিবাহুক হ'ব।

১০। সমবাহু ত্রিভুজৰ ভূমিৰ কোণ দুটাৰ পৰা সম্মুখস্থ ভুজলৈ লম্ব টানিলে যদি সেই ভুজ দুটা সমদ্বিখণ্ডিত হয়, তেনেহ'লে ভূমিৰ কোণ দুটাও সমদ্বিখণ্ডিত হ'ব।

১১। সমবাহু ত্রিভুজৰ ভূমিৰ কোণ দুটা সমদ্বিখণ্ডিত কৰি তাৰ দুই ভুজলৈ লম্ব টানিলে, ভুজ দুটাও সমদ্বিখণ্ডিত হ'ব।

১২। কোনো ত্রিভুজৰ ভূমিৰ কোণ দুটা সমদ্বিখণ্ডিত কৰি তাৰ দুই ভুজৰ ওপৰত লম্ব টানিলে, ভুজ দুটা যদি সমদ্বিখণ্ডিত হয়, তেনেহ'লে ত্রিভুজটো সমদ্বিবাহুক।

১৩। ১ম প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত দুই বৃত্তৰ ছেদ বিন্দু দুটা সংলগ্ন কৰি গচ আৰু চৰ্ঘ বেখা টানা আৰু প্ৰমাণ কৰা যে, গৰ্ঘচ ত্রিভুজটো সমবাহুক।

১৪। কৰ্ণ ত্রিভুজৰ কৰ্ণ আৰু কৰ্ণৰ কোণ একত্ৰ

যোগে কখগ কোণৰ সমান ; কখগ ত্ৰিভুজক দুই সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজে বিভক্ত কৰা।

১৫। ১ম, পঞ্চম প্রতিজ্ঞাব আকৃতিত চ আৰু ছ বিন্দু সংলগ্ন কৰি প্রমাণ কৰা যে, চহঘ ত্ৰিভুজ সমদ্বিবাহুক। ২য়, ক শীৰ্ষ কোণৰ পৰা ঘ বিন্দুলৈ বেখা টানি তাক চহ বেখাৰ জ লৈ বঢ়াই দিয়া আৰু প্রমাণ কৰা যে, চঘছ কোণ সমদ্বিখণ্ডিত হৈছে। ৩য়, আকৌ প্রমাণ কৰা যে, কজচ আৰু কজছ ত্ৰিভুজ দুটা সমকোণি।

১৬। কোনো সবল বৈখিক কোণক সমান আঠ খণ্ড কৰি বিভক্ত কৰা।

১৭। এটা নিকপিত সবল বেখাক সমান ছয় খণ্ড কৰা।

১৮। কোনো নিকপিত সবল বেখাত এনে এটা বিন্দু স্থিৰ কৰা যেন তাৰ বহিঃস্থ এক পার্শ্বস্থ দুই নিকপিত বিন্দুৰ পৰা সবল বেখা টানিলে সিহঁত দুয়ো সমান হয়।

১৯। ১ম প্রতিজ্ঞাব আকৃতিত যদি কখ বেখা পৰিস্থিৰ য আৰু ঙ বিন্দুলৈ বঢ়াই দি গ, ঘ আৰু গ, ঙ সংলগ্ন কৰা যায়, তেনেহ'লে গঘঙ ত্ৰিভুজটো সমদ্বিবাহুক আৰু তাৰ শীৰ্ষ কোণ সমদ্বাহুক ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষ কোণৰ দুই তৃতীয়াংশ।

২০। যদি কোনো ত্ৰিভুজৰ বহিঃস্থ আৰু তাৰ ওচৰৰ অন্তৰস্থ কোণ দুটাক দুটো বেখাই সৈতে সমানে দ্বিখণ্ডিত কৰা যায়, তেনেহ'লে সেই দুই বেখাৰ মধ্যবৰ্তী কোণ এক সমকোণ হ'ব।

২১। কথগ কোণ সমদ্বিখণ্ডিত কৰা আৰু গঘ বেখা, য
লৈ বঢ়াই দি কথঘ কোণও সমদ্বিখণ্ডিত কৰা ; এতিয়া প্ৰমাণ
কৰা যে, এই দ্বিখণ্ডকাৰী বেখা দুটা পৰস্পৰ লম্ব।

২২। ১১ প্ৰতিজ্ঞাত নিকপিত সৰল বেখাৰ এটা মূৰ
নিকপিত বিন্দু ধৰি প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা।

২৩। কোনো এক ত্ৰিভুজৰ কোণ বিন্দু তিনিটাৰ মাজেদি
তিনিটা বেখা টানি এনে এটা ত্ৰিভুজ সাজা, যেন তাৰ এক
এক ভুজ আদিম ত্ৰিভুজৰ এক এক ভুজৰ দুগুণ হয়।

২৪। এটা সৰল বেখাৰ কোনো বিন্দুত দুটা সৰল বেখা
সন্মিলিত হ'লে যদি দাঁতিৰ কোণ দুটা দুই সমকোণৰ সমান
হয়, তেন্তে সেই দুই সৰল বেখা একে সৰল বেখাহে থাকিব
নে, না থাকিব প্ৰমাণ কৰি দেখুৱা।

২৫। দুই বেখা পৰস্পৰ কটাকটি কৰিলে যি যি কোণ
উৎপন্ন হয়, সিহঁতৰ কোনো দুটাক সমানে দ্বিখণ্ডিত কৰি দুটা
বেখা টানিলে সেই দুই বেখা হৈ থাকিব।

২৬। ১৬ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত কথ ভুজ বৃদ্ধি কৰি
প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা।

২৭। সমকোণি বা বৃহৎ কোণি ত্ৰিভুজৰ অৱশিষ্ট দুই
কোণ সূক্ষ্ম কোণ।

২৮। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ তিনটো সূক্ষ্ম কোণ।

২৯। ১৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত কথগ ভুজৰ কোনো

বিন্দুত গ সংলগ্ন কৰি দেখাব লাগে যে, কখগ আৰু খকগ কোণ দুটা, দুই সমকোণতকৈ সৰু।

৩০। কোনো ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজৰ অন্তৰতকৈ তৃতীয় ভুজ গুৰুতৰ।

৩১। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ভূমিস্থ কোণৰ পৰা তাৰ দুই ভুজৰ ওপৰত লম্ব টানিলে, সিহঁত প্ৰত্যেকে ভূমিয়ে নৈতে যি কোণ কৰিব, সেই কোণ ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণৰ অৰ্দ্ধ হ'ব।

৩২। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষ কোণৰ পৰা ভূমিলৈ বেখা টানিলে ভুজ তিনিটাৰ অৰ্দ্ধ বেখাটোতকৈ ডাঙৰ হ'ব।

৩৩। প্ৰমাণ কৰা যে, এটা নিকপিত বিন্দুৰ পৰা এটা নিকপিত সৰল বেখালৈ একেটাহে লম্ব টানিব পাৰি, আৰু এই লম্বটো সেই বিন্দুৰ পৰা সেই বেখালৈ যিমান সৰল বেখা টানা যায় সকলোবোৰতকৈ সৰু; আৰু বাকী বেখাবোৰৰ মাজত যিটো লম্বৰ ওচৰৰ সেইটো দূৰৈবটোতকৈ সৰু। আৰু দুটা মাথোন সমান বেখা লম্বৰ দুই হাতে দিয়া বিন্দুৰ পৰা দিয়া বেখালৈ টানা যায়।

৩৪। যদি দুটা সমান্তৰাল সৰল বেখা সংলগ্ন কৰি এটা লম্ব টানা যায় আৰু তাক সমদ্বিখণ্ডিত কৰা, তেনেহলে সেই ছেদ বিন্দুৰ মাজেদি সমান্তৰাল বেখা দুটালৈ যিমান বেখা টানা যাব সকলোবোৰ সমান হ'ব।

৩৫। কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা বহিঃস্থ কোণক কোনো সৰল

বেথা টানি সমদ্বিখণ্ডিত কৰিলে যদি সেই সবল বেথাটো ভূমিৰ সমান্তৰাল হয়, তেন্তে ত্ৰিভুজটো সমদ্বিবাহুক।

৩৬। সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ সমান দুই ভুজ সমানে বৃদ্ধি কৰি সংলগ্ন কৰিলে, সেই বেথাটো ভূমিৰ সমান্তৰাল হ'ব।

৩৭। কোনো সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ভিতৰত ছয়টা সমান বহুস ক্ষেত্ৰ নিৰ্মাণ কৰা।

৩৮। চতুৰ্ভুজ ক্ষেত্ৰৰ দুই শ্ৰুতিৰ সমষ্টি তাৰ চাৰি ভুজৰ সমষ্টিতকৈ সৰু।

৩৯। ত্ৰিভুজৰ কোনো এক ভুজ শ্ৰুতি কৰি এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ নিৰ্মাণ কৰা।

৪০। ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ আন দুটা কোণৰ, প্ৰত্যেকৰ দ্বিসমকোণ পূৰক কোণতকৈ সৰু।

৪১। কোনো সমকোণক সমানে ছয় খণ্ড কৰা।

৪২। কোনো সপ্তভুজ সবল বৈখিক ক্ষেত্ৰৰ ভুজবোৰ ছয়ো মূৰে বঢ়াই দিলে, পৰস্পৰ কটাকটি কৰি সেই ছেদ বিন্দুবিলাকত যিবোৰ কোণ উৎপন্ন কৰিব, সিহঁত ছয় সমকোণৰ সমান হ'ব।

৪৩। কথগ সমকোণি ত্ৰিভুজৰ কগ কৰ্ণত এনে এটা বিন্দু স্থিৰ কৰা যে, তাৰ পৰা খগ ভুজলৈ লম্ব টানিলে সেই লম্ব খগ বেথাৰ সমান হ'ব।

৪৪। এটা সমান কোণি ষোড়শ ভুজ সবল বৈখিক ক্ষেত্ৰৰ কোণৰ পৰিমাণে কিমান।

৪৫। ৩২ প্রতিজ্ঞাব আকৃতিত গক ভুজ বৃদ্ধি আক কথ
ভুজ সমদ্বিখণ্ডিত কবি প্রতিজ্ঞা প্রমাণ কৰা।

৪৬। যি যি ত্ৰিভুজৰ প্ৰত্যেক কোণৰ পৰিমাণ এক
সমকোণৰ দুই তৃতীয়াংশ, সেই সেই ত্ৰিভুজ সমবাহক।

৪৭। সমকোণি ত্ৰিভুজৰ এক ভুজ জনা আছে; আক
তাৰ কৰ্ণ আক অৱশিষ্ট ভুজৰ সমষ্টি অথবা অন্তৰ জনা আছে,
ত্ৰিভুজটো অঙ্কিত কৰা।

৪৮। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতি ভুজ কোনো বিন্দুত সম-
দ্বিখণ্ডিত কৰি সেই বিন্দুবোৰ সংলগ্ন কৰিলে ত্ৰিভুজটো সমানে
চাৰি খণ্ড হ'ব।

৪৯। কোনো সমবাহু ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ সমদ্বিখণ্ডিত
কৰি ছেদ বিন্দু সংলগ্ন কৰিলে যি ত্ৰিভুজ হ'ব সেইটো,
গোটেইটো ত্ৰিভুজৰ এক চতুৰ্থাংশ।

৫০। দুটা সমকোণি ত্ৰিভুজৰ কৰ্ণ সমান আছে আক
এটা এটা ভুজও সমান আছে, প্ৰমাণ কৰা যে সিহঁত সম-
ভাৱে সমান।

৫১। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ভিতৰ কোনো বিন্দু লই, তাৰ
পৰা বেখা তিনি প্ৰত্যেক কোণক সমদ্বিখণ্ডিত কৰিলে সেই
বেখাবোৰ পৰস্পৰ সমান হ'ব।

৫২। ত্ৰিভুজৰ দুই ভুজ সমদ্বিখণ্ডিত কৰি ছেদ বিন্দু
দুটা সংলগ্ন কৰিলে সেই বেখাটো ভূমিৰ সমান্তৰাল হ'ব।

৫৩। কথগথ চতুৰ্ভুজ ক্ষেত্ৰৰ কথ ভুজ সমকোণতকৈ

ডাঙ্গৰ আৰু খণ্ড সকলোতকৈ সৰু, প্ৰমাণ কৰা যে, যি কোণ
খ কোণতকৈ আৰু গ কোণ ক কোণতকৈ ডাঙ্গৰ।

৫৪। যি চতুৰ্ভুজৰ সম্মুখস্থ কোণবোৰ সমান, সেই
চতুৰ্ভুজ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ হ'ব।

৫৫। প্ৰত্যেক সমকোণি চতুৰ্ভুজ ক্ষেত্ৰ সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ
হ'ব।

৫৬। যি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ ক্ৰান্তি কটাকটি কৰিলে
খণ্ডবোৰ পৰস্পৰ লম্ব হয়, সেইটো বক্স বা বৰ্গক্ষেত্ৰ।

৫৭। যি চতুৰ্ভুজৰ সম্মুখৰ ভূজবোৰ সমান, সেই চতুৰ্ভুজ
সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ হ'ব।

৫৮। এটা সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰক তাৰ কোনো ভূজৰ কোনো
বিন্দুৰ পৰা বেখা টানি সমানে দুই খণ্ড কৰা।

৫৯। কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা ভূজ কোনো বিন্দুৰ পৰা
বেখা টানি তাক সমানে দুই খণ্ড কৰা।

৬০। কোনো ত্ৰিভুজৰ ভূমি, ভূমিত সংলগ্ন এটা কোণ
আৰু দুই ভূজৰ অন্তৰ জনা আছে, ত্ৰিভুজটো অঙ্কিত
কৰা।

৬১। এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ লম্ব দিয়া আছে, ত্ৰিভুজটো
অঙ্কিত কৰা।

৬২। এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ভিতৰত এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ
অঙ্কিত কৰা।

৬৩। যদি দুটা ত্ৰিভুজ একে ভূমিৰ ওপৰত আৰু একে

সমান্তৰাল মাজত থাকে আৰু যদি ভূমিৰ সমান্তৰাল কৰি কোনো বেখা টানি সিহঁতক ছেদ কৰা যায়, তেন্তে সেই ত্ৰিভুজ দুটাৰ পৰা ছিন্ন হৈ যি দুটা সৰু ত্ৰিভুজ হ'ব সিহঁতও সৰু হ'ব।

৬৪। কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ এক শ্ৰুতি দুয়ো মূৰে সমান দূৰলৈ বঢ়াই দি তাৰ দুয়ো প্ৰান্ত অন্তৰ্গত শ্ৰুতিৰ দুয়ো প্ৰান্তে সৈতে সংলগ্ন কৰিলে যি ক্ষেত্ৰ হ'ব, সেইটো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ হ'ব।

৬৫। দুটা সমান্তৰাল সৰল বেখাৰ ওপৰত কেতবোৰ লম্ব টানিলে সেই লম্ববোৰ পৰস্পৰ সমান হ'ব।

৬৬। যি যি ত্ৰিভুজৰ ভূমি আৰু উন্নতি সমান, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

৬৭। যি যি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ ভূমি আৰু উন্নতি সমান, সিহঁত পৰস্পৰ সমান।

৬৮। ৪৩ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত ও, ঝ আৰু খ, ঘ আৰু চ, ছ বিন্দু সংলগ্ন কৰি প্ৰমাণ কৰা যে, সিহঁত পৰস্পৰ সমান্তৰাল।

৬৯। কোনো বৰ্গক্ষেত্ৰৰ এটা ভূজ সমানে দ্বিখণ্ডিত কৰিলে তাৰ এক খণ্ডৰ বৰ্গ আদিম বৰ্গটোৰ চতুৰ্থাংশ হ'ব।

৭০। বৰ্গক্ষেত্ৰৰ কোন বিন্দু চাইটাৰ সমান দূৰৈত চাইটা

বিন্দুলৈ সিহঁতক সংলগ্ন কৰিলে যি ক্ষেত্ৰ হ'ব, সেইটোও বৰ্গ হ'ব।

৭১। যদি কোনো ত্ৰিভুজৰ আৰু কোনো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ উন্নতি সমান হয়, কিন্তু ত্ৰিভুজৰ ভূমি সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰৰ ভূমিৰ দুগুণ হ'ব, তেন্তে সিহঁত পৰস্পৰ সমান হ'ব।

৭২। কোনো চতুৰ্ভুজৰ চাৰো ভুজ সমদ্বিখণ্ডিত কৰি ছেদ বিন্দুবোৰ সংলগ্ন কৰিলে যি চতুৰ্ভুজ হ'ব, সেইটো সমান্তৰাল ক্ষেত্ৰ হ'ব।

৭৩। এটা নিকপিত সৰল বৈখিক ক্ষেত্ৰৰ সমান কৰি এটা ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা।

৭৪। এটা নিকপিত সৰল বেখাৰ ওপৰত এটা নিকপিত ত্ৰিভুজৰ সমান এটা আয়ত ক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা।

৭৫। কোনো নিকপিত ভূমিৰ ওপৰত কোনো নিকপিত ত্ৰিভুজৰ সমান কৰি এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ অঙ্কিত কৰা।

৭৬। ৪৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত ত্ৰিভুজৰ তিনিও ভুজৰ বৰ্গ, তলৰ ফালে অঙ্কিত কৰি প্ৰতিজ্ঞা প্ৰমাণ কৰা।

৭৭। দুটা বৰ্গক্ষেত্ৰৰ অন্তৰৰ সমান এটা বৰ্গক্ষেত্ৰ অঙ্কিত কৰা।

৭৮। ৪৭ প্ৰতিজ্ঞাৰ আকৃতিত চ, জ আৰু ট, ঙ আৰু চ, ঘ সংলগ্ন কৰি প্ৰমাণ কৰা যায় যে, এই তিনি ত্ৰিভুজ প্ৰত্যেকে কথগ ত্ৰিভুজৰ সমান।

৭৯। বহুস ক্ষেত্রৰ ভূজ কেইটাৰ ওপৰ অঁকা বৰ্গৰ সমষ্টি,
তাৰ শ্ৰুতি দুটাৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গৰ সমান হ'ব।

৮০। বৃহৎ কোণি ত্ৰিভুজৰ বৃহৎ কোণৰ সম্মুখস্থ ভূজৰ
বৰ্গ, তাৰ আন দুই ভূজৰ বৰ্গ দুটাতকৈ ডাঙৰ।

সম্পূৰ্ণ।

৪২৩৪/অ:

~~২০৩৭/অ:~~

জাননী ।

—:০:—

তলত নাম দিয়া স্থলপাঠ্য কিতাপবোৰ আমাৰ দোকানত পাব,
সবহ কিতাপ একেবাৰে নিলে কমিচন পাব ।

১।	হেমচন্দ্র অসমীয়া ব্যাকৰণ	...	৥৮৬
২।	ঐ অসমীয়া লবাব ব্যাকৰণ	...	৮৬
৩।	লোকনাথ ব্যাকৰণ	...	৥০
৪।	শিবনাথ ব্যাকৰণ	১০
৫।	পাঠমালা (হেমচন্দ্র)	৥৮৬
৬।	জ্ঞানমালিনী (মফিজউদ্দিন)	...	৥৮০
৭।	সাহিত বিচাৰ (সত্যনাথ বড়া)	...	৫০
৮।	সাৰথি	৥৮০
৯।	ত্ৰিবেণী (সৰ্বেশ্বৰ শৰ্মা)	...	৥৮০
১০।	মুবলী (সৰ্বেশ্বৰ শৰ্মা)	...	৥৮০
১১।	জ্ঞানোদয় (লক্ষ্যোদয় বড়া)	...	১৮৬
১২।	জ্ঞানসোপান (বজ্জনী বড়দলৈ)	...	৮৬
১৩।	নিম্নপ্রাইমেৰী ১ম ভাগ	...	১৮০
১৪।	নিম্নপ্রাইমেৰী ২য় ভাগ	...	১৮০
১৫।	লবাসপী	৮৬
১৬।	আসাম-ভূগোল	১০
১৭।	ভূগোলসাৰ	৮০
১৮।	কাৰ্য্যপ্ৰবেশ	৮০
১৯।	অসমীয়া পাটীগণিত ১ম ভাগ	...	১০
২০।	অসমীয়া পাটীগণিত ২য় ভাগ	...	৥০
২১।	অসমীয়া ক্ষেত্ৰ জ্যাণিতি	...	৥৮০
২২।	আদৰ্শ আঠ ১ম, ২য়	৮০

ইহাৰ বাহিৰেও সকলো প্ৰকাৰৰ অসমীয়া পাঠ্য কিতাপ আমাৰ হাতত আছে, পত্ৰ দিয়ামাত্ৰ
পঠাই দিয়া তব, যি পুথি আমাৰ হাতত নেপাব, সেই পুথি সেই সময়ত অগ্ৰহ হাততো নাই বুলি

শ্ৰীশিবনাথ ভট্টাচাৰ্য্য,
জানিব ।
ভট্টাচাৰ্য্য এজেন্সী, ডিব্ৰুগড় ।